

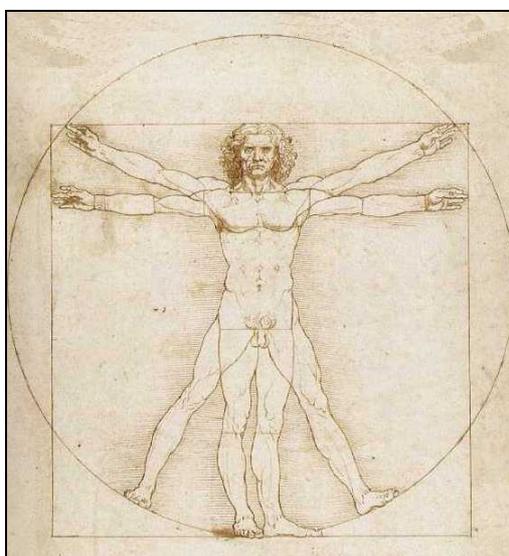
# MISURE DEL CORPO

di Brunetto Piochi\*

## INTRODUZIONE

L'attività *Misure del corpo* è in relazione con la misura e con alcuni temi di aritmetica (rapporti e proporzioni) e statistica (media, mediana, correlazione...). Tenuto conto di come i due partner l'hanno strutturata e sperimentata, l'attività può anche essere usata per suggerire un approccio degli alunni ad argomenti di storia della scienza e può anche essere usata come introduzione al calcolo tramite PC ed alla rappresentazione di misure su un grafico.

Ai docenti in formazione viene chiesto di fare alcune misure dei loro corpi (altezza, peso, lunghezza delle braccia, etc.). Alcuni calcoli aritmetici e statistici sono stati fatti utilizzando queste misure, con l'aiuto del software Excel, alla ricerca di rapporti o correlazioni significative, che possono anche essere correlate alle ipotesi di Leonardo da Vinci sull'anatomia del corpo umano. Attività simili saranno poste in essere con gli alunni ed il risultato delle loro sperimentazioni saranno dopo discusse con i docenti in formazione.



**L'uomo di Vitruvio, di Leonardo da Vinci**

Leonardo studia le proporzioni del corpo umano e la sua commensurabilità con le forme geometriche perfette (il cerchio ed il quadrato). Questa è stata un'analisi scientifica che ha avuto significati sia cosmologici (la corrispondenza fra micro- e macrocosmo) che artistici (rappresentando correttamente la figura umana e disegnando architetture basate sulle proporzioni del corpo umano). In questo famoso disegno di Venezia, Leonardo ha sottoposto "l'uomo di Vitruvio" ad una serie di sviluppi originali.

*Dalla mostra "La mente di Leonardo", Firenze, Settembre 2006*

---

\* Dipartimento di Matematica, Università di Firenze, Italia.

## La sperimentazione principale

di Brunetto Piochi

### UNA VISIONE GENERALE DELL'ATTIVITÀ

#### Obiettivi

##### *Per i formatori*

- Guidare i docenti in formazione dalla teoria alla pratica
- Consentire ai docenti in formazione di sperimentare loro stessi un'attività didattica, prima di proporla agli alunni
- Fornire istruzioni e feedback

##### *Per i docenti in formazione*

- Discutere sulle misure ed argomenti didattici connessi
- Conoscere l'evoluzione storica delle misurazioni (in particolare: lunghezza, peso, capacità, ...)
- Fare esperienza di misurazioni rispetto ad una data unità e lavorare sulle misure

##### *Per gli alunni di scuola secondaria*

- Fare esperienza di misurazioni rispetto ad una data unità e lavorare sulle misure
- Conoscere l'evoluzione storica delle misurazioni (in particolare: lunghezza, peso, capacità, ...)
- Misurare con unità internazionali standard
- Comprendere il significato di "approssimazione"
- Calcolare la media e la mediana di serie di dati
- Rappresentare misure su un grafico

#### Descrizione della sperimentazione dell'attività

Le attività presso la SSIS (Scuola di Specializzazione per l'Insegnamento Secondario) si sono svolte con circa 30 docenti in formazione del primo anno dell'indirizzo Scienze Naturali, per l'abilitazione all'insegnamento di Scienze Matematiche Fisiche Naturali nella Scuola Secondaria di I grado.

Il lavoro si è svolto come segue:

- Lezione introduttiva sul concetto di misura e presentazione del brano di Leonardo da Vinci (45 min)
- Attività di misurazione, elaborazione dei dati e discussione (1h30')
- Sperimentazione in aula (3 ore di lezione)

- Discussione finale e messa a punto della proposta (45')

Agli studenti SSIS, dopo un'introduzione teorica sul significato di misura e sulla sua storia, è stato presentato il brano di Leonardo a Vinci su "l'uomo di Vitruvio"; sono state scelte fra le affermazioni di Leonardo alcune che meglio si prestavano ad una verifica sperimentale, in particolare:

"L'apertura delle braccia di un uomo è pari alla sua altezza"

"Dal gomito alla punta della mano è [una distanza pari a] un quinto [dell'altezza] dell'uomo".

"Dal sotto del mento alla cima del capo è un ottavo della sua altezza".

Gli insegnanti in formazione si sono quindi misurati reciprocamente, riportando poi le misure su fogli di calcolo Excel al fine di verificare la correttezza delle ipotesi di Leonardo.

Nella discussione che ne è seguita gli studenti sono stati invitati a rispondere alle domande seguenti, concentrandosi come è naturale, soprattutto sugli aspetti didattici dell'attività:

- Quali competenze sono coinvolte in attività di questo tipo? Quali prerequisiti sono necessari? Quali apprendimenti vengono promossi?
- Quali difficoltà avete trovato in questa attività? Pensate che gli allievi troverebbero difficoltà ulteriori? Come si possono aiutare a superarle?
- Quanta e quale statistica è coinvolta in questa attività? Come si può richiamare l'attenzione degli allievi sul livello di approssimazione?

Dopo, la sperimentazione in classe è stata effettuata da due insegnanti in formazione, i quali stavano svolgendo una supplenza, in modo da poter disporre di classi conosciute e da poter inserire l'attività all'interno della programmazione. La proposta, strutturata in linea di massima durante la discussione preliminare, è stata poi adattata da ogni insegnante in formazione al proprio contesto didattico; la proposta è stata sperimentata in due classi di prima media, verso la fine dell'anno scolastico.

Agli allievi (21 in una classe, 26 in un'altra; età 11-12 anni) è stato richiesto di misurare alcune grandezze relative ai loro corpi (altezza, peso, lunghezza del braccio o del piede,...), effettuando sulle misure così ottenute (con l'aiuto della calcolatrice in un caso, di Excel nell'altro) alcuni confronti alla ricerca di costanti o di correlazioni significative. Anche alla luce delle proposte di Leonardo, è stato chiesto di rispondere alle seguenti domande: *C'è un rapporto costante fra alcune misure anatomiche? Anche fra peso e altezza? Se non è costante, cosa significa tale rapporto e che indicazioni ci dà?*

Al termine, gli sperimentatori hanno relazionato l'attività agli altri docenti in formazione, commentando alcune delle ipotesi avanzate durante la discussione preliminare.

Infine sono state proposte alcune attività di approfondimento ritenute particolarmente significative. In particolare, si è proposto di studiare un collegamento con Scienze



mediante lo studio dello sviluppo fisico dei bambini o un collegamento con Storia alla ricerca delle vestigia tuttora esistenti di unità di misura imposte sui mercati locali.

## PRESENTAZIONE

Il tema della Misura offre notevoli spunti per attività che presentino ai ragazzi contenuti matematici collegati a situazioni reali e concrete, non limitabili ai ristretti campi delle lunghezze, dei pesi, o delle superfici, anche se poi nella proposta didattica concreta molto probabilmente saremo costretti per questioni di praticità a operare su queste grandezze. La vita quotidiana, però, oltre a porci continuamente domande di misurazione, ci mette sotto gli occhi situazioni in cui la misura assume forme e significati molto dissimili tra loro: gli indici di borsa, le taglie di abiti e scarpe, il denaro, gli indici statistici... Sempre nuovi e più precisi strumenti di misurazione ci vengono proposti, alla ricerca della massima esattezza possibile: basti pensare al passaggio dal cronometraggio manuale nelle attività sportive a quello elettronico. Da queste prime considerazioni scaturiscono alcuni aspetti del concetto di misura e se ne può individuare un possibile approccio didattico.

Se misurare significa individuare un numero che esprima il rapporto fra una grandezza assegnata ed una unità di misura prefissata, per ogni oggetto si possono fare diverse misurazioni (dipendenti dalla "qualità" che si vuole misurare dell'oggetto): di tipi diversi e con differenti "strumenti", dall'occhio umano ai più sofisticati apparecchi. Pur sottolineando l'importanza e l'essenzialità degli strumenti, è comunque necessario in qualche modo "smitizzarli": non esiste uno strumento perfetto e le misure effettuate sono sempre approssimate. Ugualmente esistono grandezze misurabili e non, agli estremi della scala delle misure, ecc.

È inoltre ben noto che nella sua storia, prima di arrivare alle attuali unità di misura standard, l'umanità ha attraversato una lunga fase in cui le unità di misure erano arbitrariamente fissate ed al più si aveva (per ragioni commerciali) una standardizzazione nei singoli mercati. Usare unità diverse non crea difficoltà se vogliamo solo stabilire un confronto o una classifica interna; ma se vogliamo comunicare a qualcun altro il risultato ottenuto o confrontare oggetti dislocati in località diverse, nascono problemi. Da qui la necessità di utilizzare una unità standard, cioè uguale per tutti, per individuare in modo esatto il legame fra le diverse misure e comunicare agli altri il risultato di una misurazione. Con l'uso delle unità di misura convenzionali, si giunge alla definizione corretta di misura ed alla sua denotazione mediante un numero seguito da una unità di misura (cm, kg, l,...) per individuare in maniera univoca una caratteristica quantitativa dell'oggetto (dimensioni, peso, capacità-volume...).

Tuttavia, per alcuni ragazzi tale percorso deve ancora essere compiuto; più in generale, sono molti gli studenti che non hanno una raffigurazione intuitiva del valore di una misura (*Quanto è larga una finestra?, Quanto è alta una casa?, Quante bottiglie d'acqua servirebbero se volessimo trasformare la nostra aula in piscina?*). Può allora essere opportuno.

Il punto di partenza per un itinerario didattico apposito potrebbe essere una riflessione sull'uso appropriato di alcuni termini specifici, chiarendo l'ambiguità di certi vocaboli della lingua parlata rispetto all'uso che di essi si fa nei diversi ambiti (ad esempio nel linguaggio comune si usa il termine "grande, piccolo" in relazione a dimensioni oppure a età, "capace" in rapporto a intelligenza o contenenza,...). Si potrà inoltre rivisitare, in ottica interdisciplinare con l'insegnante di Storia, il percorso storico<sup>1</sup> che a partire dalla Rivoluzione Commerciale del XIII-XIV secolo conduce all'apposito Comitato pesi e misure istituito durante la Rivoluzione Francese<sup>2</sup> e poi alla fissazione delle attuali unità di misura convenzionali.



Antiche unità di misura di lunghezze volume da piazza del mercato

L'attività sulle misure anatomiche, che abbiamo sperimentato è stata da noi interpretata in questa chiave, offrendo cioè lo spunto per una panoramica storica da un lato e per una riflessione sul senso del misurare dall'altro.

L'attività è stata presentata (nelle ore del corso di Didattica della Matematica) dopo che gli studenti avevano avuto modo di studiare l'uso del foglio di calcolo Excel ed avevano affrontato, nel corso di Statistica, le misure di sintesi numerica, la retta di regressione ed il coefficiente di correlazione. Anche se questi ultimi argomenti non sono stati poi centrali nella nostra attività, è comunque bene che gli insegnanti ne abbiano una conoscenza sia pure sommaria, per poter comprendere in modo più approfondito i legami fra i dati coinvolti.

## ATTIVITÀ CON I DOCENTI IN FORMAZIONE

Nella lezione introduttiva sono stati presentati agli studenti della SSIS alcuni esempi di misure "convenzionali" localmente adottate nei secoli passati, precedentemente all'adozione del sistema di misure internazionale ed è stato loro chiesto di ipotizzare alcune attività che permettessero ai ragazzi di riflettere sull'utilità di misure convenzionali standard, ripercorrendo il percorso che ha condotto a individuare alcune lunghezze chiave.

<sup>1</sup> La Toscana, come del resto molte altre regioni d'Europa, è ricca di esempi di prime unità di misura "convenzionali" su base locale: campioni di lunghezza, di peso, perfino di capacità collocati sulle piazze dove si svolgevano i mercati.

<sup>2</sup> Comitato di cui fecero parte anche matematici del calibro di Lagrange, che ne fu anche il presidente; proprio a Lagrange si deve la spinta decisiva all'adozione del sistema decimale.

Durante la discussione, è emersa dagli stessi insegnanti in formazione l'osservazione che spesso in passato l'uomo si è servito di parti del proprio corpo per misurare lunghezze o del corpo stesso come "peso di riferimento". Naturalmente questo è dovuto alla "comodità" di avere sempre con sé lo strumento di misurazione (analogamente, il braccio si presta meglio della circonferenza toracica, ad es., come "strumento" di misura di lunghezza...); i valori soggettivi ottenuti tramite questi strumenti inficiava le misure ed ha suggerito di trovare modi per rendere le misure oggettive. Ma esistono delle "costanti anatomiche"? A prima vista si direbbe di no e questo è certamente vero se si guarda ai valori delle grandezze coinvolte. È stato però suggerito agli insegnanti in formazione che la situazione potrebbe cambiare se si guarda ai rapporti fra le grandezze<sup>3</sup>; abbiamo per questo fatto riferimento al noto testo di Leonardo da Vinci sull'uomo di Vitruvio. A quel punto è stata distribuita a tutti loro la copia della pagina di Leonardo.

È stato notato come in realtà la maggior parte delle affermazioni di Leonardo non riguardano le misure in sé, ma i rapporti fra queste. Questo spunto si presenta in realtà assai naturale: qualsiasi lavoro sul concetto di grandezza e di misura, sia relativamente alla matematica (lunghezza del segmento, ampiezza dell'angolo), sia relativamente alle scienze (massa, peso, pressione, umidità atmosferica assoluta e relativa), conduce ben presto a parlare di rapporti. La misura stessa si presenta concettualmente come rapporto. Altrettanto accade se si riportano rilevazioni effettuate durante uno studio statistico, con determinazione di moda, media, mediana e calcolo di percentuali.

D'altronde il lavoro sui rapporti molto spesso coinvolge grandezze eterogenee e non sempre è agevole o possibile, al livello scolastico di cui ci stiamo occupando, trattare le nuove grandezze che i rapporti definiscono e l'uso delle unità di misura appropriate. Proprio per questo il suggerimento di lavorare su grandezze omogenee (ottenendo dunque numeri puri come rapporti) che proviene dal testo di Leonardo è risultato molto stimolante, per la fase iniziale del lavoro.

Un altro spunto interessante proviene dalla possibile interpretazione geometrica della costanza di tali rapporti: si tratterebbe dunque di grandezze fra cui esiste proporzionalità diretta, agevolmente verificabile sul piano cartesiano, direttamente o mediante applicazioni di fogli di calcolo elettronici.

Sono state selezionate insieme agli stessi insegnanti in formazione alcune frasi che si prestavano bene ad essere verificate sperimentalmente:

“L'apertura delle braccia di un uomo è pari alla sua altezza”

“Dal gomito alla punta della mano è [una distanza pari a] un quinto [dell'altezza] dell'uomo”<sup>4</sup>

<sup>3</sup> I docenti in formazione sono stati invitati a svolgere autonomamente una ricerca sfruttando sia le proprie competenze di anatomia (si ricorda ancora una volta che gli studenti SSIS a cui tale attività è stata proposta sono laureati in discipline scientifiche, alcuni di essi in particolare in Biologia e dunque hanno conoscenze di anatomia comparata), sia la collaborazione dei colleghi docenti di Storia, di Educazione Artistica o Educazione Fisica

<sup>4</sup> Questa affermazione ha dato subito luogo a una interessante discussione: infatti le prime misure davano risultati totalmente diversi da quelli attesi (il rapporto risultava più vicino a 4 che a 5). Solo una lettura più precisa del testo e

“Dal sotto del mento alla cima del capo è un ottavo dell’altezza”.

Il seguito della lezione è stato poi utilizzato come laboratorio in cui gli insegnanti in formazione si sono misurati reciprocamente, riportando poi le misure su alcuni fogli di calcolo di Excel al fine di verificare la correttezza delle ipotesi di Leonardo.



*“Vetruvio architetto mette nella sua opera d'architettura che lle misure dell'omo sono dalla natura disstribuite in quessto modo. Cioè, che 4 diti fa un palmo e 4 palmi fa un pie: 6 palmi fa un cubito, 4 cubiti fa un homo, e 4 chubidi fa un passo e 24 palmi fa un homo; e queste misure son né sua edifizi. Se ttu apri tanto le gambe che ttu cali da capo 1/14 di tua alteza, e apri e alza tanto le braccia che colle lunghe dita tu tochi la linia della sommità del capo, sappi che 'l cietro a sinistra e a destra della scala metrica delle stremità delle aperte membra fia il bellico, e llo spazio che si truova infra lle gambe fia triangolo equilatero diti palimi palmi diti. Tanto apre l'omo ne' le braccia, quanto è lla sua alteza. Dal nassciamento de'capegli alfine disotto del mento è il decimo dell'alteza de l'uomo. Dal disotto del mento alla somità del capo è l'ottavo dell'alteza de l'omo. Dal disopra del petto alla somità del capo fia il sexto dell'omo. Dal disopra del petto al nassciamento de capegli fia la settima parte di tutto l'omo. Dalle tette al di sopra del capo fia la quarta parte dell'omo. La magiore largheza delle spaffi contiene in sé (la oct) la quarta parte dell'omo. Dal gomito alla punta della mano fra la quarta parte dell'omo. Da esso gomito al termine della ispalla fa la ottava parte d'esso omo. Tutta la mano fa la decima parte dell'omo. Il membro virile nasscie nel mezo dell'omo. Dal disotto del pie al disotto del ginochio fia la quarta parte dell'omo. Dal disotto del ginochio al nassciamento del membro fia la quarta parte dell'omo. Le parti che ssi truovano infra il mento e 'l naso e 'l nassciamento de' capegli e quel de' cigli, ciascuno spazio per sè è ssimile all'orecchi(i)o, è 'l terzo del volto.<sup>5</sup>” [era anche disponibile la versione in inglese<sup>6</sup>]*

Nella discussione che ne è seguita gli studenti sono stati invitati a rispondere alle domande seguenti, concentrandosi come è naturale, soprattutto sugli aspetti didattici dell’attività:

---

l’esame del disegno allegato hanno permesso di notare come si dovesse preliminarmente stabilire il significato di “punta della mano” per poter correttamente misurare.

<sup>5</sup> Leonardo da Vinci, *Le proporzioni del corpo umano secondo Vitruvio*, disegno, 1485-1490 (Venezia, Gallerie dell'Accademia – Gabinetto dei Disegni e stampe); cat. 228

<sup>6</sup> From: *The Notebooks of Leonardo da Vinci, Vol. 1* (of a 2 vol. set in paperback) pp. 182-3, Dover, ISBN 0-486-22572-0 (J.P. Richter; original edition 1883).

- Quali competenze sono coinvolte in attività di questo tipo? Quali prerequisiti sono necessari? Quali apprendimenti vengono promossi?
- Quali difficoltà avete trovato in questa attività? Pensate che gli allievi troverebbero difficoltà ulteriori? Come si possono aiutare a superarle?
- Quanta e quale statistica è coinvolta in questa attività? Come si può richiamare l'attenzione degli allievi sul livello di approssimazione accettabile?

L'attività stessa ha portato con molta naturalezza a discutere del grado di precisione delle misure così emerse, dato che, come è ovvio, l'ipotesi di Leonardo contiene frazioni, mentre la corrispondenza di queste con i valori trovati dipende in modo essenziale dall'approssimazione che si è disposti ad accettare. Come è poi emerso durante la ripetizione dell'esperienza in classe, questo è un punto assai delicato: gli insegnanti in formazione avevano effettuato le misure con una buona approssimazione, mentre le misure degli allievi avevano un'alta variabilità ed hanno dunque richiesto un accorgimento ulteriore prima di essere elaborate.

Ancora una volta sono stati gli stessi insegnanti in formazione a suggerire come allargare il campo di ricerca, proponendo di calcolare media, deviazione standard ed altre misure di sintesi delle misure così trovate.

La domanda-stimolo “sulla base di queste misure quale significato assumono, in questo gruppo campione, le espressioni *alto, basso, grasso, magro...*?” ha permesso di far emergere come altre misure siano possibili, anzi indispensabili in questo contesto per rispondere alle domande e come per questa via appaia naturale introdurre rapporti di grandezze non omogenee e quindi unità di misura dimensionali: ad esempio per definire la grassezza o magrezza di un individuo non si può evitare di introdurre il concetto di massa corporea espressa in g/cm. Anzi, tale necessità può essere enfatizzata, dove si voglia proprio porsi l'obiettivo di introdurre il tema dei rapporti fra misure non omogenee.

Prima di passare alla sperimentazione dell'attività nelle classi è stato comunque discussa l'opportunità psicologica di affrontare con adolescenti questioni legate alla propria anatomia; gli insegnanti in formazione hanno ipotizzato alcuni accorgimenti didattici per coinvolgere tutti senza suscitare imbarazzo. Vale la pena di notare che poi (come spesso succede) il lavoro in classe ha fatto emergere con maggior forza alcune di queste difficoltà, che gli insegnanti in formazione avevano sottovalutato: solo laddove l'insegnante per primo è stato disponibile a mettersi in gioco, “prestandosi” a farsi misurare per primo le difficoltà sono state superate completamente con indubbio vantaggio sia per il successo dell'attività, sia per il clima generale della classe.

## LA SPERIMENTAZIONE NELLE CLASSI

Due degli studenti SSIS si sono offerti di sperimentare l'attività nelle proprie classi. Lo schema della proposta è stato concordato durante la discussione collettiva, adattandolo alle diverse classi ed alla programmazione in corso. Agli insegnanti in formazione che seguivano le sperimentazioni (l'insegnante della classe ed un altro

insegnante in formazione) è stato raccomandato di prestare attenzione ai punti evidenziati nella discussione, anche al fine di verificare le ipotesi avanzate sulle difficoltà e sulla significatività dell'attività.

Dato che la sperimentazione si è svolta nella parte finale dell'anno scolastico, alcune attività sono state un po' ridotte a vantaggio di altre ritenute più urgenti o significative.

Di seguito riportiamo brani tratti dalle relazioni finali degli insegnanti in formazione.

### **Classe 1<sup>a</sup> media, 3 ore di lavoro, 26 alunni coinvolti**

L'attività si è svolta nel secondo quadrimestre di una classe prima media, anche come strumento per richiamare le frazioni ed alcune misure di sintesi statistica. L'effettuare questa attività a scuola, dove i ragazzi misurano se stessi e si misurano fra loro, attiva un maggior interesse, una sorta di "mobilitazione emotiva" che gioca a favore dell'insegnante.

Nell'effettuare le misure sono sorti immediatamente problemi assai naturali, i quali mettono in evidenza come a certe questioni sia possibile rispondere solo in maniera convenzionale e concordata. Ad esempio, come si calcola la distanza della punta della mano dal gomito: internamente o esternamente? Analoghe difficoltà si sono riscontrate per misurare la lunghezza del piede (c'era naturalmente anche chi non voleva togliersi la scarpa...) e perfino l'altezza del corpo di chi pretendeva di non togliere le scarpe. E immediatamente gli allievi hanno scoperto che le misure effettuate sono... tutte diverse, anche al di là di quegli errori che sono sembrati ai ragazzi più facilmente individuabili perché legati all'uso di strumenti non troppo precisi (righello, squadra, ecc.): Non era possibile che lo stesso ragazzo fosse alto contemporaneamente 154, 156, 158, 159 cm! Questo fatto (di per sé assai più istruttivo di una lunga dissertazione sugli errori di misura e sulla precisione degli strumenti...) ha dato luogo a una accanita discussione, al termine della quale è stato deciso che ogni misura fosse effettuata da tre compagni e la misura "ufficiale" da assumere fosse la media delle tre misurazioni<sup>7</sup>.

I ragazzi sono rimasti particolarmente colpiti dal fatto che nella loro classe il rapporto fra lunghezza del piede ed altezza ha una frequenza percentuale del 78% sul valore 0,15 (si noti che  $1/7$  è pari a circa 0.142857...). Per qualche motivo infatti questa scoperta li ha stupiti più delle altre; comunque per questa via (e con analoga precisione...) è stata verificata la validità dei diversi rapporti proposti da Leonardo.

### **Classe 1<sup>a</sup> media, 3 ore di lavoro, 21 alunni coinvolti**

La classe era di un livello abbastanza alto e l'insegnante non riteneva di avere grandi difficoltà sui concetti di frazione e rapporto. Voleva invece introdurre il tema delle grandezze proporzionali. Per far questo ha utilizzato alcuni dei dati forniti dal collega dell'altra classe invitando a sperimentare altri rapporti. Per far emergere l'opportunità

---

<sup>7</sup> Una domanda interessante è stata affrontata dai docenti in formazione durante il resoconto di questa esperienza: era questa la "misura vera" dell'oggetto che si stava misurando? I ragazzi avevano assunto questo valore per buono, ma naturalmente nessuno poteva escludere ancora qualche errore...

di introdurre grandezze dimensionali (in questo caso g/cm, come concordato insieme ai colleghi studenti della SSIS), l'insegnante ha proposto anche di studiare il rapporto fra il giro vita e l'altezza del corpo.

In termini qualitativi questo rapporto presentava naturalmente una maggior variabilità individuale, pur attestandosi nel 43% dei casi intorno al valore di 0,48 (definito come "una bella pancetta"...).

L'insegnante ha allora chiesto ai ragazzi come era possibile rendere in modo più preciso l'idea di maggiore o minore "pancetta". I ragazzi hanno allora risposto che "basta guardare il peso!"; l'insegnante non ha obiettato, invitando comunque i ragazzi a procedere.

Nella stanza-infermeria della scuola, dotata di bilancia e misuratore di altezza, ogni ragazzo è stato invitato a togliersi le scarpe, salire sulla bilancia, e con l'aiuto di un compagno misurare il proprio peso. Solo pochi alunni (i più alti e i più bassi, i più pesanti e i più leggeri) hanno avuto momenti di imbarazzo; inizialmente qualcuno ha chiesto all'insegnante di registrare in modo riservato le proprie misure, poi anche questi si sono lasciati trascinare dall'eccitazione generale, aiutati in questo dal fatto che lo stesso professore (evidentemente più alto e grassottello di tutti!) si è offerto di farsi prendere le misure.

È stata compilata una tabella con il nome, il peso e l'altezza di ogni compagno. In un primo tempo il peso è stato registrato in kg e l'altezza in metri; successivamente, quando si è passati ai rapporti, queste misure sono state trasformate rispettivamente in grammi e centimetri. Ecco alcuni esempi delle grandezze trovate:

Alunno	PESO DEL CORPO (in grammi)	ALTEZZA (in cm)	RAPPORTO (approssimato)
Alessandro	46.000	142	323
Chiara L.	34.500	147	234
Chiara P.	49.000	158	312
Claudia	49.000	150	326
Ester	26.000	122	213
Fabio	50.000	144	347
Francesco	42.000	145	289
Franco	31.000	141	219
Gianna	61.000	151	403
Giorgio	50.000	153	326
Giovanni	41.000	142	288
Giulia	45.000	148	304
Loretta	35.000	138	253
Marcello	45.000	150	326
Marco	41.000	142	359
Marta	33.000	136	242
Maurizio	59.000	148	398
Michele	48.000	145	331
Prof.	84.000	174	482 <b>MAX</b>
Sunita	51.000	153	333
Susanna	30.000	142	196 <b>MIN</b>
Yu Lin	38.000	144	263

Inizialmente la tabella non comprendeva la colonna del rapporto. Per introdurre questo concetto, l'insegnante ha deliberatamente riportato il discorso sulla grassezza e magrezza, chiedendo di accordarsi su chi fossero in classe i magri ed i grassi. La richiesta ha suscitato accese discussioni: Claudia e Chiara P. pesavano entrambe 49kg, ma l'occhio suggeriva che la seconda era decisamente più magra. Dunque il peso da solo non era un buon indicatore di "grassezza"; tuttavia era facilmente comprensibile il perché, nel caso delle due ragazze: Chiara era alta 1,58m mentre Claudia soltanto 1,50m. Ma non per tutte le coppie il confronto era evidente ed in ogni caso il confronto era qualitativo, mentre l'insegnante insisteva per ottenere un confronto che fosse quantitativo, attraverso una misura della "grassezza" di ognuno.

È interessante notare che, benché i ragazzi stessero lavorando in quel periodo sulle frazioni ed avessero già svolto esercizi sul rapporto e la classe fosse, come notavamo sopra, una classe di buon livello, a nessuno degli alunni è venuto in mente di dividere il peso per l'altezza, probabilmente proprio per la non omogeneità delle grandezze coinvolte. La proposta infine è stata avanzata dall'insegnante e, con l'aiuto di una calcolatrice, si è proceduto a compilare la terza colonna numerica della tabella. Come appare ovvio, in questo caso l'uso della calcolatrice si impone, per poter realizzare rapidamente una quantità di calcoli pesanti, senza interferire con l'attività di apprendimento a livello concettuale, che risulta sicuramente più importante rispetto ad una esercitazione di calcolo.

È stato infine chiesto ai ragazzi di discutere il significato di quel  $312 \text{ g/cm}$  di Chiara P. contro il  $326 \text{ g/cm}$  di Claudia. Qualcuno ha avanzato l'idea che, poiché dividere 39000 grammi per 138 cm è come tagliare in 138 parti, ognuna alta 1 cm, il peso considerato, i nostri rapporti potessero essere considerati come l'espressione del peso di una "bistecca" che si poteva ottenere da ognuno di noi con dei tagli orizzontali. L'insegnante ha accettato l'idea, facendo però notare che era necessario pensare gli allievi di forma perfettamente cilindrica e costituita di materiale omogeneo, oppure chiarire che si trattava di una bistecca "media" (il che ha permesso di riprendere il concetto di "media aritmetica").

Alla fine ogni alunno confrontava la sua "bistecca media" con quella degli altri; naturalmente la bistecca massima era del professore di Matematica: quasi mezzo chilo!

Ad entrambe le classi è stato a questo punto proposto di rappresentare le coppie di grandezze fin qui studiate come coppie di punti su di un piano cartesiano. Una prima prova è stata effettuata manualmente: naturalmente la variazione piuttosto ridotta delle misure ha richiesto alcuni accorgimenti, ma è stata questa una buona occasione per presentare ai ragazzi l'uso di fogli di carta millimetrata ed il concetto di rappresentazione in scala. Si sono qui raccolti i frutti delle discussioni precedenti sugli errori di approssimazione: anche i ragazzi più disordinati hanno prestato un'attenzione estrema alla precisione della rappresentazione.

La rappresentazione delle relazioni suggerite da Leonardo non ha creato ulteriori difficoltà ed i ragazzi hanno avuto modo di riscontrare l'esistenza della supposta proporzionalità diretta. Invece, come è ovvio, maggiori problemi si sono presentati

nella rappresentazione della relazione peso-altezza, a cominciare dalla necessità di stabilire scale diverse per i due assi coordinati. Al termine del lavoro si è comunque presentato una molteplicità di punti che ha evidenziato come non esista una proporzionalità evidente fra le due grandezze<sup>8</sup>.

## **ANALISI A POSTERIORI DELLA SPERIMENTAZIONE NELLE CLASSI**

Dopo la presentazione delle relazioni da parte degli insegnanti in formazione che avevano sperimentato le attività in classe, la discussione si è in particolare concentrata sulle difficoltà incontrate e sulle possibilità di sviluppare ulteriormente l'argomento.

È stato notato come l'attività abbia fatto emergere in modo naturale questioni matematiche e statistiche (approssimazioni, rappresentazioni grafiche) che sono assai difficili da affrontare per altra via.

## **PROPOSTE PER ULTERIORI SVILUPPI**

Al termine della discussione conclusiva, uno degli insegnanti in formazione (diventata mamma da poco tempo...) ha proposto un'attività di approfondimento che potrebbe rappresentare uno sviluppo naturale dell'attività sperimentata. Sono state esaminate le riproduzioni di due cartelle pediatriche standard, con l'indicazione dei percentili di sviluppo (ovviamente diversi per maschi e femmine) per le due grandezze individuate. Su queste potrebbero essere segnate le misure ricavate, invitando i ragazzi a procurarsi in casa i propri dati di sviluppo alle varie età, riportandoli sul grafico.

Si potrebbe utilizzare questa attività in Matematica per introdurre, su un esempio concreto e molto sentito dai ragazzi, i concetti di grafico, di funzione, di percentile e in Scienze (eventualmente con l'aiuto di un medico) i concetti di "sviluppo corporeo" ed il senso delle variazioni temporali e individuali in questo sviluppo.

È stata anche avanzata la proposta di estendere la sperimentazione, sia per verificare altre affermazioni di Leonardo sull'anatomia degli allievi, sia per esaminare, promuovendo una collaborazione con il collega di Educazione Artistica, tali rapporti su statue classiche (eventualmente anche ricorrendo a Internet). In una direzione simile, sfruttando Internet oppure organizzando semplici gite nella Regione, si potrebbe portare gli studenti a conoscere le tracce delle prime unità di misura "localmente convenzionali", confrontando ad esempio il "braccio" utilizzato come unità di misura nei diversi mercati con la lunghezza attuale di un braccio e passando poi a esaminare le statistiche sull'incremento di altezza e peso medio dell'uomo col

---

<sup>8</sup> Il lavoro si è naturalmente fermato qui, ma non sarebbe difficile, a questo punto, introdurre il coefficiente di correlazione e disegnare mediante un foglio di calcolo elettronico la possibile retta di regressione fra le due grandezze. Tali argomenti esulano però dal livello scolastico a cui ci stiamo riferendo. Vale però la pena di riferire come, in una analoga esperienza svolta con ragazzi di 15 anni, si è cercato eventuali correlazioni fra altezza e peso (circa 0.8 per quella classe), fra altezza e media dei voti in matematica (abbondantemente inferiore a 0.5) e fra peso e media dei voti in matematica (non banale invece: oltre 0.65...) con interessanti spunti di discussione sul significato e valore delle correlazioni statistiche.

passare del tempo. Una ricerca su vecchie fotografie di famiglia o pubbliche potrebbe rappresentare un modo per abituare i ragazzi a collegare osservazioni e verificare ipotesi.

## LETTURE CONSIGLIATE

Boyer, C. B. (1990). Storia della matematica. Milano: Mondadori.

Bussagli, M. (1999). A misura d'uomo. Leonardo e l'Uomo Vitruviano. Art e Dossier, Giunti Editore. [[http://matematica.uni-bocconi.it/leonardo/uomo.htm#\\_ftn1](http://matematica.uni-bocconi.it/leonardo/uomo.htm#_ftn1)]

Cambi, F. et al. (2001). L'Arcipelago dei saperi II, Area Matematica. Firenze: Le Monnier.

Ferrari, D. (2005). Qualità nella misurazione: introduzione alla metrologia e guida applicativa. Milano: Franco Angeli.

Piscitelli, M., Piochi, B. et al. (2001). Idee per il curriculum verticale. Progettare percorsi in Lingua, Matematica e Storia. Napoli: Tecnodid.

UMI-CIIM (2001). Matematica 2001, Materiali per il XXVII Convegno Nazionale sull'Insegnamento della matematica. Lucca: Liceo Scientifico "A. Vallisneri".

## La seconda sperimentazione

di Yves Alvez<sup>\*</sup>, Jean-François Chesné<sup>\*</sup> e Marie-Hélène Le Yaouanq<sup>\*</sup>

### L'ATTIVITÀ DI FORMAZIONE

Questa attività riguarda la raccolta e l'analisi di dati e mostra come i formatori formazione vogliano collegare fra loro diversi moduli nella formazione dei futuri insegnanti di matematica.

A seconda dell'anno, fra 50 e 80 futuri insegnanti di matematica nei colleges and lycees (PLC2's) passano attraverso la formazione dell'IUFM a Créteil. Questa formazione comprende un modulo di 42 ore di tirocinio di matematica in classe (modulo A). Questo modulo mira ad accompagnare, in raccordo con il consulente pedagogico tutor, il docente in formazione alla scoperta della professione docente ed a favorire la costruzione della propria pratica professionale fornendogli strumenti didattici così come elementi pedagogici e didattici su cui riflettere: curriculum, elaborazione di modi di procedere, preparazione di sequenze e sessioni didattiche, valutazione, consapevolezza della diversità degli alunni, contenuti matematici, lavoro specifico in algebra od in geometria...

La formazione include anche un modulo di probabilità-statistica (modulo S) composto di 12 ore obbligatorie e 6 opzionali. Lo scopo di questo modulo è di incoraggiare i docenti in formazione a dare alla statistica il suo vero ruolo nell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria.

<sup>\*</sup> Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM di Créteil, Francia.

L'organizzazione di questo modulo richiede un lavoro al computer indipendente da parte dei futuri insegnanti per potere acquisire familiarità con l'uso di fogli elettronici e software grafici a partire dalla statistica (funzioni integrate, riferimenti, nozione di variabile, aspetti algoritmici, etc.) e fornisce esempi di pratiche in aula al fine di sperimentare strumenti grafici e metodi di statistica descrittiva: caratteristiche numeriche e grafiche, confronti ed interpretazioni.

Come in qualunque attività di formazione, la descrizione e la riflessione che l'accompagnano saranno portate avanti a due livelli: quello dei formatori nei confronti dei docenti in formazione e quello dei formatori interessati alla pratica dei futuri insegnanti ed ai suoi effetti sugli alunni.

Specificheremo pertanto i nostri obiettivi e le nostre aspettative iniziali riguardo ai docenti in formazione, e poi presenteremo l'attività formativa come è stata svolta, cioè il suo sviluppo dall'inizio alla fine. A questo seguirà un'analisi a posteriori, ancora su due livelli, quello della sessione condotta in classe da un futuro insegnante e quello più globale dell'attività nella sua interezza. Alla fine, formuleremo alcune prospettive che si offrono a noi, come formatori dello IUFM a Créteil e come membri del progetto LOSSTT-IN-MATH.

## ANALISI A PRIORI

Questo argomento (proposto dall'IUFM di Créteil nell'ambito del progetto LOSSTT-IN-MATH e strettamente collegato alla proposta *Misure del corpo*) unisce fra loro due aspetti chiave dell'insegnamento della statistica nelle scuole secondarie. Il primo può essere definito in termini di contenuti matematici da insegnare (vedi curriculum e direttive ufficiali). Il secondo mira a sviluppare la riflessione critica dei docenti in formazione e la loro capacità di prendere le distanze da questi contenuti. L'integrazione delle nuove tecnologie, cui è dedicata una metà del modulo, compare ovviamente in questa attività formativa.

Per quanto riguarda le procedure, esse sono elaborate avendo in mente di lavorare sulla pratica didattica e non sul semplice discorso, con la volontà di agire sia sulle componenti cognitive e di mediazione dell'insegnamento.

Più specificamente, i nostri obiettivi in questa attività sono:

- Far familiarizzare i docenti in formazione con l'uso di un foglio elettronico e mostrare loro la sua validità come strumento didattico.
- Portare i docenti in formazione ad agire come alunni chiedendo loro di fare il lavoro che sono incoraggiati a dare poi alle loro classi (strategia *per omologia*).
- Introdurre le nozioni di media aritmetica, deviazione standard e coefficiente di variazione di un insieme di dati.
- Introdurre un documento storico ("L'uomo di Leonardo") ed usarlo come supporto nello studio delle nozioni matematiche a cui miriamo.

- Far svolgere ai docenti in formazione questa sessione in modo efficace coi loro alunni.
- Sviluppare un uso appropriato del calcolatore in classe.

## **SVOLGIMENTO**

L'attività formativa si attua in quattro fasi.

- Due sessioni sono dedicate all'uso del foglio elettronico.
- Durante una sessione successiva, ai docenti in formazione vengono dati diversi materiali, fra i quali "l'uomo di Leonardo".
- Un docente in formazione tiene una sessione in una classe.
- Ritorno da tutti i docenti in formazione per il feedback.

### **1ª fase**

Due sessioni di tre ore sono dedicate esclusivamente per introdurre i docenti in formazione alle funzionalità del foglio elettronico (ed altri software specificamente collegati alla statistica). Nel corso della prima sessione i formatori presentano ai futuri insegnanti gli aspetti o le componenti tecniche di un foglio elettronico e le sue principali caratteristiche didattiche, come specificato nel curriculum, e poi assegnano loro un certo numero di attività (relative in particolare al lavoro sui riferimenti). La seconda sessione è dedicata più specificamente all'uso dei fogli elettronici in statistica (funzioni statistiche e simulazione di esperimenti casuali). Ogni sessione è condotta da due formatori per un gruppo di una quindicina di docenti in formazione.

### **2ª fase**

Durante una sessione di formazione, ai docenti in formazione vengono assegnate tre attività rivolte alla valutazione della dispersione di una serie di dati e sulla nozione di casualità. In ciascuna di queste, i futuri insegnanti si comportano come alunni.

### **3ª fase**

La sessione, filmata, ha luogo nell'aula di una docente in formazione volontario, senza alcuna valutazione istituzionale. In un incontro precedente, subito prima della sessione, la docente ha presentato la sua classe ed il suo progetto ad uno dei formatori. Allo stesso modo, dopo la sessione, lei farà alcuni commenti "a caldo".

### **4ª fase**

Per rispettare lo sviluppo del piano di formazione, la fase di ritorno ad un modulo di formazione ha avuto luogo piuttosto tardi. La docente in formazione che ha tenuto la sessione condivide verbalmente con gli altri le sue sensazioni riguardo all'essere filmata e presenta una breve analisi a posteriori della sessione. Gli altri docenti in formazione intervengono per fare domande. Come nell'attività "Introduzione alla proporzionalità in geometria", con loro non viene svolto alcun lavoro di formazione a

partire dal filmato, perché questa modalità non figurava nel piano di formazione originale e non poteva essere inserito qui.

## FORMAZIONE PER “OMOLOGIA”

### Un veloce ricordo della nozione di omologia

I formatori trasmettono le proprie concezioni dell'insegnamento della Matematica ponendole in pratica nelle sessioni da loro tenute. Ci si aspetta allora che i docenti in formazione, a loro volta, mettano in pratica nelle proprie classi le sessioni che hanno sperimentato come alunni. Le strategie di omologia differiscono dalle strategie culturali (dove il formatore passa alcune informazioni), dalle strategie di dimostrazione (dove il formatore trasmette una pratica didattica mettendola effettivamente in pratica nella sua classe) e dalle strategie di trasposizione (dove il formatore trasmette delle conoscenze di riferimento sull'insegnamento e cerca di controllare il fenomeno di trasposizione operato dai docenti in formazione).

### La sessione di formazione (45 minuti) [*Questa fase è stata videoregistrata*]

Un formatore distribuisce ai docenti in formazione una copia del disegno de “L’uomo di Leonardo” ed il testo che lo accompagna. Questi danno una rapida occhiata ad entrambi i documenti e, dopo, il formatore suggerisce loro di porre attenzione ad una delle affermazioni contenute nel testo: “Tanto apre l’omo nelle braccia quanto è la sua altezza. Ad ogni docente in formazione viene allora chiesto di mettersi in coppia con un altro e di misurarsi reciprocamente l’apertura delle braccia (A) e l’altezza (H). Il formatore mostra come procedere. Ciascun docente in formazione calcola poi il rapporto  $R = A/H$  a meno di 0.01 e va alla lavagna a scrivere, in modo anonimo i valori A, H e R così ottenuti. Il formatore segnala alcune precauzioni nell’esperimento. Nel frattempo, l’altro formatore registra su un foglio elettronico i dati scritti sulla lavagna. Dopo, l’interesse si sposta sulla serie statistica dei valori R ed è qui che viene posta la questione della dispersione della serie. Una volta determinata la sua ampiezza, i docenti in formazione suggeriscono allora di calcolare la sua media e deviazione standard: il formatore coglie l’occasione per evidenziare la differenza fra la deviazione standard di un campione e quella della popolazione. I futuri insegnanti eseguono tutti i calcoli usando una calcolatrice, mentre uno dei formatori continua a fare la stessa cosa sul foglio elettronico. Per raffinare la valutazione della dispersione della serie, uno dei formatori suggerisce che i docenti in formazione calcolino il coefficiente di variazione  $\sigma/\bar{x}$  (senza dimensioni) e pone loro domande sulle possibili interpretazioni che si possono fare da questi tre parametri. È stato raggiunto l’obiettivo di questa attività, cioè la ricerca di una possibile validazione sperimentale dell’affermazione di Leonardo? Che significato si può attribuire al valore del coefficiente di variazione ottenuto ( $\approx 4\%$ )? Due ulteriori attività in questo modulo (una riguardo all’età dei docenti in formazione, l’altra sulle tabelle delle cifre prese a caso) ci permetterà di fornire delle risposte.

Alla fine dell’attività, i formatori presentano il progetto LOSSTT-IN-MATH e chiedono volontari per tenere una sessione a scuola, con gli alunni. I formatori

suggeriscono ai docenti in formazione di adattare questa sessione alla propria classe (contenuto e procedure: per esempio il concetto di deviazione standard non compare nel syllabus della scuola secondaria), basandola su ciò che hanno sperimentato e provato.

## LA SESSIONE IN AULA (50 MINUTI)

### Presentazione del contesto [*Questa fase è stata videoregistrata*]

La sessione, filmata, ha luogo nel quadro di un “Itinerario di scoperta” in una quarta del Jean Charcot de Fresnes College, nel dipartimento della Val de Marne. Charcot College, che conta 330 alunni per 25 insegnanti, è una struttura “piccola”.

Con il tempo pieno, questi “Itinerari di scoperta” sono obbligatori. Costituiscono due ore dell’orario settimanale di tutti gli alunni del ciclo centrale (quinta e quarta). Vengono aggiunti alle materie obbligatorie, associando almeno due discipline, articolate fra loro intorno ad un tema comune appartenente ad uno delle quattro aree seguenti:

- La natura ed il corpo umano
- Le arti e le scienze umane
- Le lingue e le civiltà
- Le creazioni e le tecniche.

Ciascun “Itinerario di scoperta” dura fra le 12 e le 13 settimane, comprendendo i periodi per la presentazione, l’apprendimento, il lavoro e la valutazione. Così, durante un anno scolastico, gli alunni del ciclo centrale partecipano a due “Itinerari di scoperta”.

Quello su cui il docente in formazione sta lavorando, in collaborazione con un insegnante di Francese, verte sul tema seguente “Viaggio intorno al mondo”. La seconda parte dello studio fa uso di dati statistici relativi alla Unione Europea con i seguenti obiettivi in termini di contenuti matematici:

- Leggere ed interpretare un grafico od un diagramma.
- Calcolare effettivi, frequenze, frequenze cumulate, effettivi cumulati e medie.
- Rappresentare una serie statistica con un foglio elettronico o diagramma.

La sessione ha luogo dopo lo studio dell’argomento scelto. Pertanto gli alunni fanno a priori uso degli strumenti su menzionati. Infine si deve notare che gli alunni che hanno preso parte alla sessione non vengono tutti dalla stessa classe: vengono da quarte classi differenti e vengono raggruppati per due ore alla settimana (un’ora con l’insegnante di Francese ed una con l’insegnante di Matematica).

## Svolgimento della sessione

### 1° periodo (15 min)

L'insegnante consegna ai suoi alunni la prima scheda di lavoro e proietta il disegno di Leonardo. Fa domande su Leonardo e poi sul disegno stesso. Gli alunni devono ripassare a colori il quadrato, le braccia e l'uomo (dalla testa ai piedi). Anche l'insegnante ripassa a colori le linee del disegno proiettato e poi chiede agli alunni di riflettere su ciò che gli viene mostrato. Con un buon aiuto da parte della loro insegnante, gli alunni suggeriscono che l'apertura delle braccia dell'uomo è uguale alla sua altezza. Un alunno è mandato alla lavagna a scrivere la frase conclusiva: "L'altezza e l'apertura delle braccia di un uomo sono uguali".

### 2° periodo (15 min)

Dopo la lettura delle istruzioni da parte di un alunno, l'insegnante stessa, insieme ad un altro alunno, svolge i compiti che lei si aspetta da tutti. Poi gli alunni si alzano in coppie e si misurano l'un l'altro. L'insegnante consente a quattro ragazze di rimanere insieme, circola fra gli alunni, aiutando alcuni. Appena le misure sono state prese, gli alunni tornano ai loro posti per calcolare il rapporto.

### 3° periodo (20 min)

L'insegnante consegna la seconda scheda di lavoro ai suoi alunni e scrive sulla lavagna i rapporti ottenuti. È allora curioso constatare che alcuni alunni danno 1 come valore di  $A/H$ . Gli alunni determinano il minimo ed il massimo della serie ottenuta, e poi calcolano la sua media (che è effettivamente 1!). L'insegnante cerca allora di far riflettere i suoi alunni su ciò che hanno appena fatto, facendo loro domande, in particolare sul significato di  $A/H$ . Il periodo finisce con la seguente scrittura sulla lavagna: "I rapporti sono approssimativamente uguali a 1. L'apertura delle braccia e l'altezza sono pertanto vicine".

La sessione termina con l'insegnante che assegna un compito da fare a casa per la successiva sessione.

## ANALISI A POSTERIORI DELLA SESSIONE IN CLASSE

Gli alunni sono disposti a forma di U nell'aula.

Le schede di lavoro per gli alunni sono state ben preparate, lo *scenario* ha accuratamente previsto i differenti periodi programmati dall'insegnante, e la cadenza temporale della sessione è definita.

Le istruzioni collettive date dall'insegnante sono molto rigide, il suo tono di voce molto fermo. L'aiuto individuale è comunque fornito in maniera molto frequente e gentile.

Una volta che i rapporti sono stati scritti alla lavagna, gli alunni usano in gran parte le loro calcolatrici in maniera corretta per determinare la media della serie dei rapporti. Ci possono essere dei dubbi se la scelta del rapporto  $A/H$  sia stata una scelta

appropriata per alunni di quarta: molte domande da parte degli alunni durante la sessione riflettono una piuttosto vaga rappresentazione della relazione  $A/H = 1$  con  $A = H$ . La scelta della precisione da dare al rapporto  $A/H$  e l'assenza di una unità non sembra che sia colta dagli alunni.

Lo svolgimento reale della sessione è conforme alla programmazione iniziale dell'insegnante. (Durante l'incontro che ha seguito immediatamente la sessione, l'insegnante si è dichiarata "contenta di come era andata la sessione").

Il passaggio dall'osservazione del disegno alla congettura è avvenuto con un grosso aiuto da parte dell'insegnante, in uno spazio di tempo molto ridotto, e si può dire che, alla fine, questa fase quasi non è stata a carico degli alunni. L'insegnante inizia sistematicamente con le risposte che vuole ascoltare dai suoi alunni: "l'effetto *Topazio*" è qui manifesto. Si può pensare che questo sia il suo modo di gestire lo svolgimento della sessione. Ma, alla fine, ciò che sarebbe dovuto apparire agli alunni come un'ipotesi da verificare sperimentalmente si è tramutato, in effetti, in una certezza cui conformarsi a tutti i costi, anche se ciò significa prendere di nuovo o "aggiustare" le misure, a meno di un millimetro nel caso di alcuni alunni.

## **ANALISI A POSTERIORI DEL PERCORSO DI FORMAZIONE**

Una strategia per omologia mira principalmente a presentare una sessione che i formatori considerano adatta per essere svolta in classe. In ogni caso i contenuti e lo sviluppo scelto sono stati visti dai docenti in formazione come "etichettati", senza che le scelte dei formatori siano state obbligatoriamente rese esplicite. Inoltre, assegnando ai docenti in formazione il ruolo di alunni, lo scopo è di rendere più facile per loro porsi domande sui compiti assegnati, che probabilmente non avrebbe potuto altrimenti accadere.

Ora, cosa traspare dalla sessione realizzata nella classe? I documenti dell'attività di formazione sono stati riutilizzati bene, la gestione originale degli alunni è stata ben reinvestita, ma la problematica didattica presentata durante la formazione è stata completamente assente: i docenti in formazione dovevano interrogarsi sulla validità dell'affermazione di Leonardo usando degli strumenti statistici a loro disposizione, gli alunni hanno solamente cercato di "entrare nel quadrato di Leonardo". Ma la sessione, così come era stata organizzata dalla docente in formazione, avrebbe potuto consentire loro di fare altrimenti? In effetti, sembrerebbe che sia stato per lei difficile adattare la sessione presentata durante la formazione, destinata ad alunni della prima liceo ed oltre.

Lei ha percepito l'assenza dello strumento della deviazione standard (e, quindi, del coefficiente di variazione) come una semplice rimozione del superfluo, quando di fatto rimette completamente in causa le scelte da fare per una sessione di questo tipo. È ragionevole pertanto pensare che il lavoro sperimentale sulle misure ed il calcolo dei rapporti dovrebbe essere fatto prima dell'introduzione del disegno e del testo di Leonardo, così che gli alunni possano realmente fare delle congetture sull'esistenza di una legge che, d'altra parte, al loro livello di conoscenza, non possono né validare né invalidare. Questa scelta ed un discorso coerente segnalerebbero d'altra parte

l'approccio critico dell'insegnante e la sua capacità di fare un passo indietro, a cui si è mirato nella sessione di formazione.

## COMMENTI

La maggiore difficoltà che si presenta ai formatori durante la formazione iniziale degli insegnanti di matematica è conoscere che cosa nella pratica di un futuro insegnante discende da un apprendimento professionale in generale, e più specificamente che cosa può essere indotto da una formazione fuori della scuola. È ben noto oggi come le rappresentazioni metacognitive degli insegnanti (sui contenuti matematici, sull'insegnamento di questi contenuti, sul ruolo della matematica negli anni della scuola, sulle relazioni insegnante/alunni ...) sono importanti nelle loro pratiche. È noto anche che non tutte le ingegnerie didattiche sono applicabili nella realtà e che, fra quelle che lo sono, non tutte possono esserlo da parte di uno stesso insegnante. (vedi Robert)

Pertanto, una strategia di formazione per omologia potrebbe fornire un compromesso, dal momento che offre sia la possibilità di una situazione di aula che l'opportunità per i docenti in formazione di interrogarsi su posizioni che possono aver assunto più o meno consciamente, rispetto alla matematica ed al suo insegnamento.

L'attività di formazione qui presentata sembra mostrare che se tale strategia permette di modificare le pratiche nella gestione degli alunni e nella scelta delle attività, se consente ai docenti in formazione di "fare qualcosa che funziona davvero in classe" (secondo loro), essa non sembra comunque sufficiente: il docente in formazione non ha fatto in maniera conveniente il lavoro di adattamento. Si sarebbe potuto fare in questa fase? Può la formazione rendere questo più facile? Prima o dopo la sperimentazione in aula? Come si può utilizzare il video nella formazione iniziale senza destabilizzare il docente in formazione filmato? E più in generale, quali sono i limiti dell'azione dell'osservatore/formatore? Noi speriamo che il confronto e lo scambio delle presentazioni fatte dai differenti partner di questo progetto ci permetteranno di dare alcune risposte a queste domande.

## LETTURE SUGGERITE

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Chareyre, B., Careme, Y., Cleirec, N., Gatin, H., Guillemet, D. & Saint Raymond, C. (2003-2006). *Collection Math'x: seconde, collection Math'x 1S, collection Math'x TS*. Editions Didier.

Henry, M. (1994). *L'enseignement des probabilités: perspectives historiques, épistémologiques et didactiques*. IREM de Besançon.

Quetelet, L. A. J. (1864). *Histoire des sciences mathématiques et physiques chez les Belges*.

Robert, C. (2003). *Contes et décomptes de la statistique: Une initiation par l'exemple*. Éditeur Vuibert.

Vitruvius Pollio Marcus, *Architecture, ou Art de bien bastir*. French translation by Martin, J. (1547). Paris: Jacques Gazeau.

## La terza sperimentazione (allo Skårup Seminarium) e Conclusioni

di Brunetto Piochi

Una delle principali difficoltà che i formatori incontrano nella formazione iniziale degli insegnanti di matematica è di mettere insieme le conoscenze generali della materia (che i docenti in formazione devono avere acquisito durante gli studi precedenti) con il modo di “insegnare ad insegnare” tali conoscenze agli alunni. È ben noto oggi come le rappresentazioni metacognitive degli insegnanti (sui contenuti matematici, sull’insegnamento di questi contenuti, sul ruolo della matematica negli anni della scuola, sulle relazioni insegnante/alunni ...) sono importanti nelle loro pratiche. Pertanto, una strategia di formazione per omologia potrebbe fornire un compromesso, dal momento che offre sia la possibilità di una situazione di aula che l’opportunità per i docenti in formazione di interrogarsi su posizioni che possono aver assunto più o meno consciamente, rispetto alla matematica (o suoi aspetti specifici) ed al suo insegnamento.

Entrambi i partner hanno sperimentato la proposta in modo da farne oggetto di una lezione “per omologia”, mettendo cioè gli insegnanti in formazione in condizione di sperimentare l’attività così come sarebbe stata poi proposta in classe, sperimentando così in prima persona le difficoltà degli studenti. La discussione che ne è seguita ha consentito di strutturare la proposta in modo da tener conto degli ostacoli (epistemologici e pratici) così scoperti. La fase pratica di “lancio” dell’attività è servita da un lato a motivare gli insegnanti in formazione (come pure, nella fase in classe, gli studenti) ma soprattutto ha permesso di sperimentare quelle difficoltà che poi puntualmente sono state riscontrate nell’attività in classe. In questo modo gli insegnanti in formazione hanno potuto effettuare un’analisi a priori più fine e, una volta in situazione, sono anche riusciti a reagire in maniera più pronta e adeguata di fronte a ostacoli imprevisti.

Le differenze nella sperimentazione dei due partner risiedono principalmente nei due seguenti aspetti:

- *la fase di raccolta dei dati*: lo IUFM ha sfruttato questa attività per fornire un esempio di come sia raccogliere che fare una analisi di dati statistici; la SSIS ha lasciato agli insegnanti in formazione una maggiore libertà organizzativa, in quanto l’obiettivo era di strutturare un esempio di attività laboratoriale (per entrambi i partner questa è stata anche una buona opportunità per sottolineare che agli alunni può essere consentito di “muoversi ed agire” nell’aula)
- *l’apertura ed il collegamento di questa attività ad altri temi*:
  - per lo IUFM: l’uso di software, la lettura di un documento storico e l’educazione alla cittadinanza;
  - per la SSIS: l’approccio generale alla storia della misura e l’introduzione dei rapporti fra quantità non omogenee.

La scelta da parte della SSIS di non strutturare rigidamente l'analisi dei dati raccolti ha consentito un lavoro meno complicato e più coinvolgente con gli insegnanti in formazione nella fase iniziale, ma si è rivelato meno efficace nella fase del confronto delle esperienze di classe. Comunque questo non poteva essere evitato, per la situazione dei corsi SSIS, caratterizzati dal fatto che molti studenti (ma non tutti) stanno già insegnando in una classe e che l'attività deve essere inclusa nel curriculum effettivo. Al contrario tutti gli insegnanti in formazione di Créteil sono al primo anno di insegnamento e sono insegnanti part-time sotto la supervisione di un tutor: nonostante una tale sessione di formazione guidata, non è stato facile per loro adattare l'attività alle proprie classi.

Oltre ai due partner, la proposta è stata anche parzialmente sperimentata allo Skårup Seminar (dal Seminarielæktor Helge Thygesen). In quella sperimentazione, gli insegnanti in formazione hanno lavorato solo sulla prima fase della proposta: misurandosi reciprocamente e discutendo su quanto scoperto. Innanzitutto loro miravano a verificare la correttezza dell'ipotesi che "L'apertura delle braccia [e delle spalle] di un uomo è uguale alla sua altezza"; questo è stato facilmente mostrato essere vero tramite alcune misure ed una semplice scheda di lavoro Excel. Ma poiché gli insegnanti in formazione avevano precedentemente lavorato con la sezione aurea, il professore li ha invitati a verificare anche che in generale il rapporto fra l'altezza di una persona e la distanza del suo ombelico dal suolo è uguale al numero aureo. In effetti la valutazione che ha seguito questa attività ha portato alla conclusione che l'esistenza di un tale rapporto standard è poco probabile: i singoli risultati differivano troppo dai risultati attesi. Ma, di nuovo, sono emerse considerazioni interessanti sull'arte e la matematica.

Le lezioni in Skårup si sono concluse con discussioni sulle misurazioni degli alunni a scuola. La conclusione è stata che è un'ottima idea far misurare i ragazzi da soli. Gli insegnanti in formazione hanno pensato che tale attività sarebbe di sicuro interesse per gli alunni e potrebbe generare un interesse riguardo alle antiche misure danesi quali *favn* e *fod* che, ovviamente, traevano origine da misure del corpo.

Comunque un punto merita di essere sottolineato: l'insegnante deve essere molto attento quando tratta di questioni riguardante il corpo con i teenagers; in entrambe le attività di sperimentazione completa, gli insegnanti in formazione sono stati portati a concepire degli espedienti didattici per evitare di mettere in imbarazzo qualcuno e la sperimentazione nell'aula ha rivelato come possano sorgere grosse difficoltà psicologiche. Le difficoltà sono state superate completamente solo dove l'insegnante si è lasciato profondamente coinvolgere nel gioco; questo è stato, di fatto, il passaggio chiave: l'insegnante è diventato un modello educativo, di fronte alla sua accettazione della propria "differenza" dalle idee standard di *body fitness*.

L'attività proposta ha sostanzialmente raggiunto i suoi obiettivi, sia per gli insegnanti in formazione che per gli alunni di scuola secondaria; la stessa cosa è accaduta per la sperimentazione in Skårup. Sicuramente una tale attività (più in generale qualunque attività ispirata a strategie di formazione *per omologia*) consente agli insegnanti in formazione di "fare qualcosa che funziona davvero in classe", secondo i futuri

insegnanti dello IUFM di Créteil. Comunque ciò non è sembrato essere sufficiente: gli stessi spesso non sono riusciti a fare il lavoro necessario per un adattamento soddisfacente. Da qui scaturiscono alcune domande naturali, che riguardano principalmente i formatori, su come l'insegnamento per omologia possa essere arricchito per superare tale lacuna.