

LES TELEPHONES CELLULAIRES

par Annette Jäpelt*

INTRODUCTION

La proposition didactique *Les Téléphones Cellulaires*, que nous présentons ici est une contribution au projet LOSST-IN-MATH. Elle consiste en une comparaison de différents tarifs disponibles pour les appels de téléphones portables. Nous avons choisi ce sujet, parce qu'il occupe la majeure partie de la vie quotidienne des élèves et parce qu'il s'agit d'un sujet assez complexe comprenant de nombreuses variables. On peut, en l'abordant, développer les compétences en traitement et en modélisation de problèmes. Dans ces propositions, les tarifs seront étudiés à travers des notions mathématiques. La proposition a été pilotée par les deux partenaires suivants: l'Université de Pise et Skårup Seminarium. Elle a ensuite été expérimentée par l'IUFM de Paris. Le schéma suivant est commun aux deux partenaires: présentation aux professeurs stagiaires. Les professeurs stagiaires discutent, en groupes, de la manière d'élaborer le meilleur plan de leçon possible pour une classe d'élèves. Le plan de la leçon est élaboré. Les professeurs stagiaires pilotent la proposition dans une école.



* Skårup Seminarium, Danemark.

Le pilotage principal

par Annette Jäpelt

RESOLUTION DE PROBLEMES LIES A DES PROSPECTUS OU A DES PUBLICITES

L'unité qui suit fait partie du projet LOSST-IN-MATH et a été pilotée au Skårup Seminarium en troisième année de formation des professeurs de mathématiques.

La formation des enseignants dure quatre ans et les professeurs stagiaires sont autorisés à enseigner dans les écoles primaires et dans les collèges.

Les Mathématiques sont incluses dans chacune des quatre années d'études, enseignées au sein de la même équipe et normalement avec le même professeur formateur. Les professeurs stagiaires ont environ cinq heures de cours par semaine dans cette matière.

LA PROPOSITION

Il est important que les élèves puissent se débrouiller dans la vie quotidienne. Il y a de nombreux domaines où les mathématiques sont la seule discipline pouvant contribuer à cela. Les élèves sont bombardés de publicités pour les téléphones portables et c'est un domaine où ils dépensent souvent beaucoup d'argent. Il s'agit d'un sujet qui touche vraiment les élèves dans la vie de tous les jours et qui est pour eux primordial. A cet âge là (13-14 ans), ils gèrent et payent souvent leurs achats eux-mêmes. Tout tarif pour un téléphone portable contient de nombreuses variables, et il est donc très difficile pour la majorité des gens, de déterminer le choix qui convient le mieux à leurs propres besoins. C'est pourquoi nous avons choisi la proposition didactique "les téléphones portables" pour ce projet. On a demandé aux professeurs en formation d'élaborer le plan d'une leçon portant sur ce problème et de le mettre en oeuvre dans une classe de septième. Les élèves devront disposer des données nécessaires, contenues normalement dans la publicité. Une étude des fonctions linéaires semblerait ici évidemment s'imposer. Cependant, la classe n'a pas encore travaillé sur la notion de fonction et il semble alors évident de travailler sur la notion de variable, puisque nous n'avons pas suffisamment de temps pour faire découvrir aux élèves la notion de fonction linéaire.

Participants principaux	Phase/Durée	Description
Le Professeur Formateur		La présentation est envoyée par mèl aux professeurs stagiaires.
Les professeurs stagiaires	1h	Un professeur stagiaire a préparé une présentation, à partir des informations obtenues sur Internet. Il communique aux autres stagiaires les prix concernant les téléphones portables.

Les professeurs stagiaires en groupes	1h - Filmée sur vidéo	Les professeurs stagiaires travaillent en groupes pour élaborer le plan de la leçon avec les élèves.
Les professeurs stagiaires	2 h -Filmée sur vidéo	Toute l'équipe discute ensemble de la mise en oeuvre de la leçon avec les élèves, y compris de ses conditions matérielles.
Les élèves et six professeurs stagiaires	1h - Filmée sur vidéo	La leçon à l'école
Le professeur formateur et les professeurs stagiaires	1h	Evaluation

Plan de pilotage

Information Générale

Nombre de formateurs: 1 (professeur au Skårup Seminarium)

Nombre de stagiaires: 25

Nombre de classes participant au pilotage: 1 (classe de septième année).

Nombre et âge des élèves: 20 élèves âgés de 13-14 ans.

Nombre d'adultes dans chaque classe pendant les leçons: 5 stagiaires (présents pour la première fois dans la classe), le professeur de la classe et le professeur formateur.

Objectifs

Pour les formateurs

- Fournir des informations
- Aider les professeurs stagiaires à passer de la théorie à la pratique
- Evaluer.

Pour les stagiaires

- Considérer la résolution de problèmes comme une partie des mathématiques et donc introduire des situations de la vie quotidienne dans l'enseignement des mathématiques.
- Comprendre et utiliser des expressions qui contiennent des variables.
- Discuter du plan d'une leçon et l'élaborer.
- Mettre en oeuvre le plan de la leçon.

Pour les élèves

- Traiter la résolution de problème comme une partie des mathématiques.
- Aborder des situations de la vie quotidienne dans l'enseignement des mathématiques.
- Travailler sur la notion de variable.
- Se débrouiller dans la vie quotidienne.
- Faire preuve d'esprit critique face aux informations qui leur sont fournies par les publicités.



Consignes pour les professeurs stagiaires

La fiche de présentation suivante a été envoyée par mèl aux professeurs stagiaires:

Résolution d'un problème lié aux prospectus et aux publicités

Sujet: Les téléphones portables

Objectifs: Semblables à ceux présentés précédemment

Description: On présente aux élèves de la classe de 7ème un problème dont les données nécessaires à la résolution sont contenues dans une publicité.

Consignes pour les élèves: On distribue aux élèves plusieurs publicités puis on leur pose des questions s'y rapportant. Ils doivent avoir recours aux mathématiques pour parvenir aux réponses. Ils sont ensuite invités à produire leur propre publicité, peut-être plus descriptive.

Tâches pour les étudiants en formation:

- Comment pouvez-vous organiser la leçon pour les élèves?
- Quelles questions peuvent être posées?
- Que voulez-vous exactement que les élèves fassent?
- Combien de publicités montreriez-vous aux élèves ou devraient-ils peut-être en trouver eux-mêmes?
- Les élèves résolvent-ils mieux les problèmes réels que les problèmes purement d'ordre technique?
- Quelles difficultés envisagez-vous en ce qui concerne la leçon?
- Que pensez-vous que vos élèves retirent de la leçon?
- Quel type de résultat ou d'apprentissage peut-on évaluer dans cette leçon et comment?
- Quels autres problèmes du même ordre peut-on aborder de cette manière?
- Optionnel: Apportez, vous aussi, si vous le désirez, des publicités pour des téléphones portables.

LE PILOTAGE

Déroulement de la séance avec les étudiants en formation

Les étudiants en formation sont au nombre de 25. Ils sont en troisième année de formation au Skårup Seminarium pour devenir enseignants. Un professeur stagiaire a préparé une présentation concernant les prix des téléphones portables, les abonnements, le coût des appels et des SMS. Cette présentation dure toute la leçon.

Préparation de la leçon [*Cette phase de la séance a été filmée sur vidéo*]

Les étudiants en formation travaillent en groupes pour élaborer le plan de la leçon, ce qui prend également une heure. Voici des extraits des présentations du travail de groupe par les professeurs stagiaires:

Groupe 1

Achat simple ou avec abonnement. Deux abonnements différents. Lequel choisiront-ils?

Groupe 2

Des publicités différentes et trois besoins différents. Chaque groupe va avoir une publicité et trois besoins. Le groupe doit préparer un algorithme pour le prix ainsi qu'un graphe. Ensuite les groupes vont comparer les prix. L'objectif est de transformer le texte en un document utile.

Quel est celui qui vous convient le mieux?

On dirait un scénario.

Si nous avons plus de temps, le problème pourrait être plus ouvert.

Groupe 3

Les élèves regardent de nombreuses publicités.

Ils vont travailler à partir de leurs besoins personnels, et argumenter leur choix de téléphone.

Les élèves devraient être répartis en groupes pour préparer les graphiques représentant leurs besoins pour les différentes compagnies de téléphone. Ensuite, ils devraient préparer leurs propres publicités.

Oralement: les groupes d'élèves vont argumenter leur choix de téléphone devant les autres.



Les professeurs stagiaires présentent le travail fait en groupes

Enfin toute l'équipe discute ensemble de la mise en oeuvre de la leçon avec les élèves y compris des conditions matérielles:

- Les étudiants en formation initiale ne connaissent pas les élèves.
- Il n'y a qu'une leçon et pas le temps de faire un bilan.
- Les élèves ne connaissent pas la notion de fonction.



- Les étudiants en formation décident de choisir à la fois l'abonnement et les besoins en appels et en SMS en raison du peu de temps qu'ils ont avec les élèves. Ils choisissent aussi d'encadrer fortement la séance.

Voici des éléments de la discussion collective:

- Tous veulent que les élèves fassent un graphique.
- Parce que certains élèves n'ont pas de portable, on donnera aux élèves des besoins imaginaires.
- Quels sont les facteurs à retenir comme variables?
- Les élèves ont-ils le temps de faire preuve d'esprit critique?
- Sélection finale.
- Dialogue sur les prix en général.
- 3 besoins imaginaires et un graphe les représentant.
- Comment vont-ils dessiner le graphe?
- Quelle quantité de travail les élèves peuvent-ils achever dans le temps qui leur est accordé?
- On donne une publicité à chaque groupe.

On peut voir ci-dessous la présentation qu'ils ont faite (la présentation par les étudiants aux élèves).

Ensuite, pour visualiser la situation, les élèves doivent dessiner à main levée sur du papier un diagramme en bâton.

Finalement, les étudiants en formation souhaitent avoir le temps de discuter.

Cinq étudiants se portent volontaires pour faire classe aux élèves. L'un d'eux souhaite faire la présentation et il reste donc un étudiant pour chaque groupe d'élèves, car les stagiaires ont prévu de faire travailler les élèves en groupes de quatre.

LEÇON AVEC LES ELEVES

Disposant d'un temps relativement court en classe avec les élèves, les étudiants en formation décident de les guider avec une présentation assez rigide. Les élèves regardent quand même les publicités, mais n'ont plus à choisir les informations eux-mêmes.

La présentation par les étudiants en formation aux élèves

Les mathématiques et les portables en classe de 7ème (année)

Tout d'abord une présentation générale à la classe.

La classe est divisée en 5 groupes:

- Groupe 1: Compagnie n°1
- Groupe 2: Compagnie n°2
- Groupe 3: Compagnie n°3



- Groupe 4: Compagnie n°4
- Groupe 5: Compagnie n°5

Chaque groupe représente 3 besoins imaginaires et un abonnement. A partir de ces données, ils ont à calculer à quel besoin leur abonnement répond le mieux:

Besoin 1: 10 minutes d'appels + 600 SMS (Bleu)

Besoin 2: 1 heure d'appels + 200 SMS (Rouge)

Besoin 3: 3 heures d'appels + 60 SMS (Vert)

Chaque groupe produit un diagramme en bâton montrant 3 besoins différents en fonction de leur abonnement.

Finalement, nous discuterons peut-être des différences de prix dans la classe.

Exemple de résultats attendus des élèves

Pour aider à comprendre, nous avons inclus l'exemple suivant qui montre des calculs et un diagramme en bâton.

Les prix pour la compagnie n°2 sont:

- Coût de l'appel/min: 0,75 DKR
- Coût par SMS: 0,20 DKR

A partir de ces données, les élèves doivent calculer quel est l'abonnement qui répond le mieux à leurs besoins.

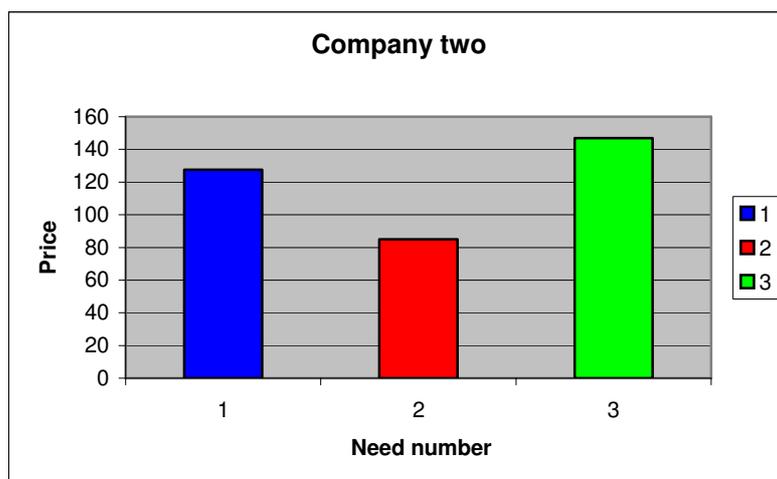
Les prix pour le groupe 2 seraient donc:

Besoin 1: 10 minutes \times 0,75DKR/min. + 600 SMS \times 0,20DKR/SMS = 127,50DKR

Besoin 2: 60 minutes \times 0,75DKR/min. + 200 SMS \times 0,20DKR/SMS = 85,00DKR

Besoin 3: 180 minutes \times 0,75DKR/min. + 60 SMS \times 0,20DKR/SMS = 147,00DKR

Le diagramme en bâton ressemblera donc à ceci:



Déroulement de la leçon

Il ya 20 élèves âgés de 14 ans environ. L'école, Øster Åby Free School, est située un peu au nord de Svendborg. Le professeur de mathématiques de la classe est présent mais seulement en observateur. Six étudiants en formation sont présents, l'un d'eux fait la présentation et il reste un étudiant par groupe d'élèves, afin de les aider. Les élèves se concentrent sur leur travail. La coopération entre les élèves et les étudiants en formation est bonne. Les initiatives ne sont pas à la charge des étudiants en formation qui permettent aux élèves d'être activement engagés et les aident à continuer quand ils sont bloqués en leur posant des questions. Les élèves calculent selon l'abonnement qui leur a été donné les montants correspondants aux trois besoins étudiés. Ensuite, les élèves dessinent rapidement les diagrammes prévus. Ils ont ainsi le temps d'étudier d'autres abonnements, ce qui leur donne une bonne base pour la discussion collective qui suit.

Finalement, les élèves discutent tous ensemble avec les étudiants en formation de l'abonnement qu'ils vont choisir parmi les cinq proposés et aussi de l'abonnement qu'ils ont eux-mêmes choisi, en justifiant leur choix.



Feedback aux stagiaires

A la fin de la leçon avec les élèves, on a demandé aux stagiaires quelles étaient leurs impressions sur la leçon et ils ont dit qu'elle avait été bonne.

Le professeur de mathématiques de la classe a dit que les élèves avaient dit du bien de la leçon.

Comme point de départ pour un dialogue, j'ai distribué un plan d'évaluation aux étudiants en formation. On peut le voir ci-dessous, certaines remarques faites par les étudiants en formation y étant insérées.

Evaluation de la leçon sur les téléphones portables

Tous les étudiants ont dû remplir tous les points, pour les leçons auxquelles ils avaient participé:

Tâches	Le positif?	Le négatif?	Remarques
Préparation pour les élèves	<p><i>Préparation initiale en petits groupes permettant un plus grand apport d'idées à présenter ensuite au "grand" groupe.</i></p> <p><i>Bien de pouvoir discuter avec quelqu'un.</i></p> <p><i>Bon travail en groupe générant de nombreuses idées.</i></p> <p><i>Bonne progression, chacun contribuait en apportant ses idées.</i></p>	<p><i>Il y en a peut-être un qui n'a pas exprimé ses idées et s'est contenté d'approuver ce que disaient les autres.</i></p>	<p><i>Peut-être décider ensemble auparavant comment procéder à la sélection finale.</i></p> <p><i>Permettre à chaque "petit" groupe de rédiger sa proposition.</i></p>
Apprentissage des élèves	<p><i>Bien de travailler en groupes, mais il y en a toujours un qui "attend que ça se passe".</i></p>	<p><i>On devrait tous se mettre d'accord sur ce qu'il faut faire quand les plus rapides ont fini.</i></p>	<p><i>Certains ont fini beaucoup plus rapidement que d'autres.</i></p> <p><i>Difficile de différencier et de s'assurer que tous ont compris.</i></p>
Qu'avez-vous retiré de la leçon?	<p><i>L'expérience de l'élaboration et de la mise en oeuvre.</i></p>		

On a de plus demandé aux étudiants en formation sous quelle forme l'évaluation des élèves pourrait se faire. Voici à quoi ressemble une des réponses:

Je crois que les élèves ne doivent évaluer que la mise en oeuvre des instructions et non le fait d'avoir obtenu un résultat, ce qui à mon avis devrait être évalué à l'aide de problèmes semblables.

L'évaluation pourrait se faire ainsi:

Travailler en groupes en mathématiques, vous avez trouvé cela comment? Pourquoi?

Comment préférez-vous travailler? Pourquoi?

Etre entouré de tous ces professeurs, vous avez trouvé cela comment? Pourquoi?

La discussion sur l'évaluation a lieu en classe, 10 - 15 minutes plus tard avec les mêmes groupes d'élèves qu'auparavant.



Description d'une autre situation de pratique en classe

Au commencement de l'année scolaire 2004, nous avons travaillé sur les fonctions linéaires à l'Institut de Formation des Maîtres. Comme exemple spécifique parmi beaucoup d'autres, nous avons choisi de travailler sur le paiement lié aux téléphones portables.

Plus tard une des étudiantes en formation a utilisé ce même exemple au cours de la troisième année de formation pratique. Je suis allée la voir en classe quand ils traitaient ce sujet et j'ai filmé les leçons sur vidéo. Ces leçons ont eu lieu en classe de sixième dans une école à Svendborg.

Tous les élèves ont appris quelque chose au cours des deux leçons, mais il y avait de très grosses différences. Certains élèves pouvaient dessiner, avec de l'aide, les diagrammes représentant deux abonnements différents, d'autres ne pouvaient dessiner aucun diagramme, même pour la fonction linéaire la plus simple, mais ils ont pu faire leurs premiers pas vers l'expression d'une variable. La plupart des élèves se situaient dans le groupe du milieu entre ces deux extrêmes. Pour que les élèves puissent travailler sur ce sujet sans avoir abordé les fonctions linéaires, il faut considérablement simplifier la situation:

On ne devrait inclure que des nombres entiers et une seule variable.

On pourrait peut-être traiter ce thème plus tard, mais cela peut contribuer à une différenciation pédagogique accrue car il offre de nombreuses possibilités quant à ce qui peut être inclus dans les calculs.

COMMENTAIRES

Les étudiants en formation ont décidé d'encadrer fortement la séance en raison du peu de temps dont ils disposaient.

Les élèves ont bien effectué les opérations qu'on leur demandait et ont également été capables d'interpréter les résultats pour qu'ils puissent servir dans la vie réelle.

Un des facteurs que je souhaite renforcer, en tant que professeur formateur, concerne le développement de l'aptitude des élèves à lire un texte et à créer un modèle mathématique à partir du texte. Malheureusement nous n'avons pas eu suffisamment de temps pour effectuer cette tâche. Cela constituerait un premier pas vers l'utilisation des mathématiques dans la vie quotidienne. Une question générale à ce propos serait de se demander si les élèves sont capables de transférer ce qu'ils apprennent en classe de mathématiques dans leur vie quotidienne. Je vois souvent que les professeurs stagiaires ne font pas le lien entre ce qu'ils apprennent sur un sujet donné et ce qu'ils savent déjà par ailleurs.

Si les élèves pouvaient se servir des mathématiques fréquemment pour des problèmes pertinents, leur engagement et donc leur capacité à retenir et à utiliser les mathématiques serait plus grande. En même temps, nous aurions plus de chance de voir les élèves se servir des mathématiques dans la vie quotidienne, après avoir fini leurs études scolaires.



Même au sein de notre système scolaire, j'ai souvent eu l'impression dans la pratique que toutes les connaissances sont perdues. J'ai vu que les étudiants au lycée étaient rarement capables de mettre en pratique les mathématiques apprises à l'école et il s'en suit que les étudiants à l'Institut de Formation des Maîtres ne sont pas capables d'utiliser les mathématiques qu'ils ont apprises au lycée. Ils se seraient peut-être souvenus des mathématiques apprises si leur engagement avait été plus grand et l'enseignement moins routinier. Le travail de routine est nécessaire, mais il ne doit pas être la façon de travailler prédominante.

Commentaire sur le sujet

En raison du grand nombre de variables, l'utilisation d'un tableur serait plus pertinente.

Au Danemark les variables pourraient être les suivantes:

Prix du téléphone – Tarif mensuel – Tarif à la minute – Coût d'un appel – Coût d'une vidéo – Coût d'un SMS – Autres frais

Le prix est fonction de nombreuses variables différentes, et il est donc très difficile pour la plupart des gens de déterminer quel est l'achat convenant le mieux à leurs besoins personnels.

Le tableur vous permet d'observer très rapidement ce qui arrive quand on change les variables et de visualiser les effets d'un tel changement, alors qu'à la main une modification plongerait les élèves dans de longs calculs.

Commentaire général

Pour moi en tant que professeur dans un collège de formation des enseignants et pour les étudiants eux-mêmes, il a été très fructueux de participer de manière aussi directe à l'élaboration d'une leçon pour une classe d'élèves.

Normalement les formateurs ont plutôt un rôle de conseiller que de participant lors de la formation pratique des stagiaires: mon expérience personnelle dans ce projet me pousse à vouloir changer cela. Il a été très fructueux de suivre tout le cheminement des stagiaires depuis leur apprentissage initial jusqu'à la mise en oeuvre de la leçon en classe en passant par sa préparation. L'engagement et la réflexion des stagiaires ont été considérables. Le nombre des étudiants activement engagés augmente quand ils peuvent voir la pertinence de ce qu'ils font.

Je souhaite que toute la formation des professeurs soit basée sur une interaction régulière entre la théorie et la pratique.

REMERCIEMENTS

Mes remerciements à Øster Åby Free School, classe de 7^{ème} (année), et à leur professeur de mathématiques, Brian M. Østergård.

Mes remerciements aussi à ma classe de mathématiques 22.4 au Skårup Seminarium pour leur gentillesse.

Le deuxième pilotage

par Franco Favilli* et Carlo Romanelli**

Dans le cadre des activités du projet LOSST-IN-MATH, la proposition didactique *Les Téléphones cellulaires* a été élaborée et présentée aux professeurs stagiaires pour être débattue. La proposition a plus tard été pilotée par 2 groupes de 2 stagiaires dans deux classes de collège.

Parmi les notions mathématiques nécessaires à la comparaison, nous avons porté une attention particulière à la proportionnalité, aux progressions arithmétiques, aux fonctions, aux graphiques, aux approximations et aux éléments de base de la statistique. Au cours des activités en classe les élèves se sont également servis du logiciel Excel.

La proposition

La proposition *Les Téléphones cellulaires* semble correspondre à un bon moyen d'aborder les notions mathématiques, en les introduisant à travers un mélange d'activités théoriques et pratiques. Si on élargissait ou on approfondissait le sujet, la discussion irait bien au-delà du contenu standard du curriculum de mathématiques pour les collèges. Son pilotage nécessite donc avant tout la définition d'objectifs didactiques spécifiques et la sélection, parmi les notions mathématiques possibles, de quelques une seulement pour les introduire ou les réutiliser (si elles sont déjà connues des élèves).

Les stagiaires travaillent en groupes de deux ou trois. Les formateurs donnent à chaque groupe plusieurs tarifs pour les appels de téléphones portables et leur demandent de comparer les différents tarifs. On demande ensuite à chaque groupe d'identifier le tarif qui convient le mieux à une utilisation normale du portable. Les différents choix sont finalement présentés et justifiés devant les autres groupes.

Le même schéma devrait être utilisé à la fois par les formateurs avec les stagiaires et par les stagiaires avec les élèves en classe.

Le plan du pilotage a été conçu et développé selon le schéma suivant:

E t a p e s - d é m a r c h e							
Formateurs (10h)	Formateurs et stagiaires (4h)	Stagiaires (2h)	Stagiaires et élèves (2h)	Stagiaires(2h)	Stagiaires et formateurs (4h)	Stagiaires (4h)	Formateurs(5h)
Elaboration de la proposition didactique	Présentation Travail en groupes Discussion		Présentation Travail en groupes Discussion		Compte-rendu Discussion		Compte-rendu final

* Centro di Ateneo di Formazione e Ricerca Educativa – CAFRE, Università di Pisa, Italie.

** Istituto Comprensivo “E. Pea”, Seravezza, (LU), Italie.

Objectifs	Méthodologie contextuelle							
			Stagiaires	Elèves		Formateurs	Stagiaires	
A court terme	Connaissances Compétences		Connaissances	Connaissances Compétences		Socialisation		
A Long terme	Méthodologie Socialisation	Préparation de la leçon Réflexion	Méthodologie	Socialisation	Réflexion sur la leçon Compte rendu	Méthodologie	Méthodologie	Réflexion – Remarques Finaliser le plan de la leçon – Compte rendu aux formateurs

Plan de pilotage

Information générale

Nombre de formateurs: 2 (Un professeur d'Université et un professeur de collègue)

Nombre de stagiaires: 42

Nombre de classes participant au pilotage: 2 (classes de quatrième)

Nombre et âge des élèves: 40 élèves âgés de 13 ans

Nombre d'adultes dans chaque classe durant les leçons: 2 stagiaires (présents pour la première fois dans ces classes) et le professeur de la classe.

Objectifs

Les objectifs pédagogiques de la proposition sont à la fois d'ordre général et d'ordre mathématique.

Parmi les *objectifs généraux* nous pouvons distinguer:

- Développer la prise de conscience des élèves quant à l'utilisation des portables et la nécessité de choisir avec discernement.
- Donner un questionnaire.
- Favoriser la coopération durant les activités de résolution de problèmes.
- Améliorer la connaissance de termes issus de l'économie, de la finance et du commerce.
- Faire participer les familles des élèves à l'activité pédagogique.

Parmi les *objectifs mathématiques* nous pouvons distinguer:

- Rendre l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques plus attrayants et plus efficaces à travers une investigation et une évaluation des besoins de la vie quotidienne.
- Identifier un problème à résoudre par une étude statistique.
- A partir d'un problème réel, faire découvrir ou consolider les concepts statistiques de base, tels que population, sources de données, collecte de



données, unités statistiques, organisation de données, échantillons de données représentatifs et non-représentatifs, fréquence et pourcentage, indices statistiques, leur représentation et interprétation par des graphiques.

- A partir d'un problème réel, faire découvrir ou consolider les concepts mathématiques de base, tels que fonction, graphe d'une fonction, fonction en escalier, progression arithmétique, proportionnalité directe, approximations, équation de droite.
- Améliorer l'éducation technologique de base de la classe, et des élèves désavantagés en particulier.

Tâches pour les stagiaires

L'élaboration du plan d'une unité nécessite toujours de la part du professeur des choix méthodologiques et didactiques. En ce qui concerne la proposition *Les Téléphones Cellulaires*, son élaboration par les formateurs, son pilotage avec les stagiaires d'abord et ensuite avec les élèves ainsi que les discussions durant les séances de formation, ont permis à la fois aux formateurs et aux stagiaires de prendre conscience de la pertinence, pour le pilotage lui-même, des diverses réponses possibles à des questions et à des problèmes tels que:

- Quel type de tarif avez-vous pour votre téléphone portable?
- Vous est-il arrivé de songer à comparer votre tarif à d'autres, plus récents?
- Vous est-il arrivé d'essayer d'évaluer le coût réel par minute d'un appel normal sur votre portable?
- Que signifie pour vous appel normal? Comparez le sens que vous lui donnez à celui que lui donnent les autres élèves du groupe.
- Réalisez-vous la quantité de variables permettant un tel calcul?
- Pensez-vous qu'il soit facile de calculer un tel coût?
- De quel type de connaissances a-t-on besoin pour calculer ce coût?
- Faites une liste des notions mathématiques et statistiques qui sont, selon vous, nécessaires.
- Lesquelles pourrait-on trouver dans un programme de mathématiques au collège?
- Tentez d'identifier au moins deux tarifs qui permettraient à des élèves de 13 ans de calculer le coût d'un appel normal sur leur portable avec de tels tarifs.
- Faites une comparaison des graphiques (temps en abscisse, prix en ordonnée) représentant deux tarifs.
- Vous aurez peut-être besoin de fixer certaines variables.
- Essayez d'élaborer le plan d'une leçon de mathématiques pour une classe de collège.



- Que pensez-vous de l'idée de soumettre un questionnaire aux élèves pour leur faire découvrir le thème et leur faire ainsi prendre conscience de sa complexité? Cela vous aiderait à mieux connaître le contexte scolaire.
- Vous pourriez peut-être commencer par modifier un tarif, et obtenir ainsi quelque chose d'assez simple.
- Songez-vous à utiliser un logiciel comme EXCEL pour traiter les différentes informations et vous en servir pour dessiner les graphiques?
- Quelles sortes d'approximations allez-vous utiliser?
- Quels types de liens pourriez vous établir avec d'autres disciplines scolaires?
- Quel type d'application de cette proposition de résolution de problèmes serait possible dans une classe de mathématiques de lycée?

Tâches pour les élèves

- Combien dépensez-vous par mois avec votre portable? Faites une comparaison avec vos camarades de classe.
- Savez-vous quel est votre tarif? Si vous ne le savez pas, appelez l'opérateur de votre portable et demandez-lui des renseignements concernant votre tarif!
- Comparons les informations que vous avez obtenues sur votre tarif avec celui-ci (voir Figure 1).
- Quel est celui qui convient le mieux à votre usage normal du portable?
- Quel devrait être la durée moyenne d'un appel téléphonique pour que votre tarif vous convienne davantage?
- Vous est-il déjà arrivé d'essayer d'établir de telles comparaisons?
- Croyez-vous qu'il soit possible de faire une comparaison plus précise des tarifs à l'aide de notions mathématiques?
- Allez-vous essayer de changer de tarif?
- Essayez d'identifier un tarif mieux adapté aux besoins des membres de votre groupe.
- Préparez un nouveau tarif, idéal (et réaliste!) pour tout le groupe.
- Etes-vous satisfait de l'expérience? Pourquoi?
- Pourquoi, selon vous, le professeur vous a-t-il proposé cette activité?
- Faites un compte-rendu de l'activité.

La séance en formation

Les stagiaires sont répartis en groupes de deux (voir Photo). Les formateurs leur donnent plusieurs tarifs différents (disponibles sur Internet) afin de comparer les appels de portables. Les stagiaires doivent ensuite identifier le tarif qui convient le mieux à leur utilisation normale du portable.



Tout d'abord, les stagiaires identifient les différentes variables à prendre en compte pour mathématiser le problème et en font une liste au tableau. La complexité du problème émerge assez rapidement. Après s'être mis d'accord sur les variables à considérer, utilisant ainsi partiellement les informations disponibles dans les tarifs tout en les modifiant également en partie, une comparaison de ces derniers est esquissée au tableau, à l'aide de graphiques cartésiens.

Tenant compte de la formation universitaire des stagiaires (diplômés dans des matières scientifiques, mais pas en mathématiques), le besoin d'améliorer leurs connaissances, en particulier de certaines notions mathématiques et statistiques est manifeste. Les formateurs leur donnent donc sur le champ les informations de base nécessaires pour mener à bien la tâche sur laquelle ils s'apprêtent à travailler.

On demande ensuite aux stagiaires de réfléchir à la structure d'un plan de leçon possible sur ce thème pour des élèves de collège. Après avoir débattu longuement et de façon approfondie, d'abord en groupes puis tous ensemble, deux groupes de deux professeurs stagiaires acceptent d'élaborer et de piloter le plan d'une leçon et de faire ensuite un compte-rendu de leur expérience pour toute la classe.

Au terme de la séance, les formateurs donnent aux stagiaires d'autres tarifs et des exemples de questions mathématiques pouvant résulter de leur application.

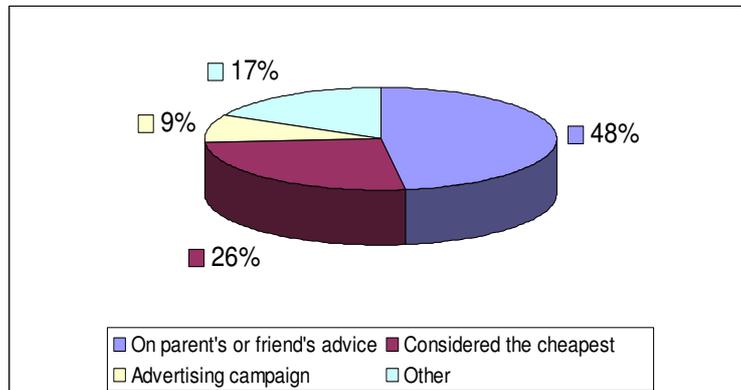
La séance en classe

Avant de piloter cette proposition en classe, les deux groupes de deux stagiaires se sont réunis, ont réfléchi aux activités menées auparavant en séance de formation et ont décidé de mieux présenter le problème, de manière plus motivante – en donnant aux élèves des deux classes un questionnaire portant sur leur utilisation du portable. On a également interrogé les élèves sur le rôle que jouent leurs parents dans le choix d'un portable et sur leur comportement. L'analyse des réponses obtenues dans ces classes a démontré combien les élèves étaient peu informés du coût réel de leurs appels et des différentes variables influant sur ce dernier, et qui plus est, combien ils étaient peu préoccupés de trouver un tarif qui conviendrait mieux à leurs besoins. L'analyse des questionnaires s'est faite à l'aide du logiciel Excel.

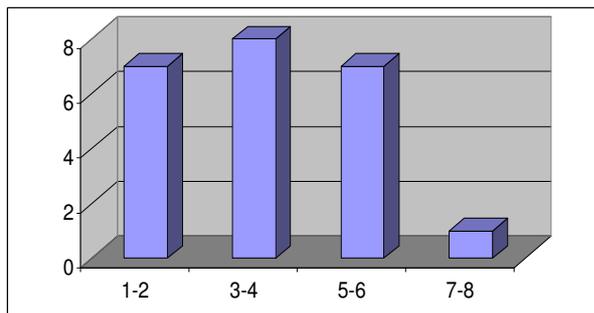
Plus tard, on a donné aux élèves des tarifs adaptés par les stagiaires à leur contexte scolaire spécifique de manière à ce qu'ils puissent être interprétés plus facilement et

utilisés pour l'activité de résolution de problème. Les élèves travaillaient en groupes de deux.

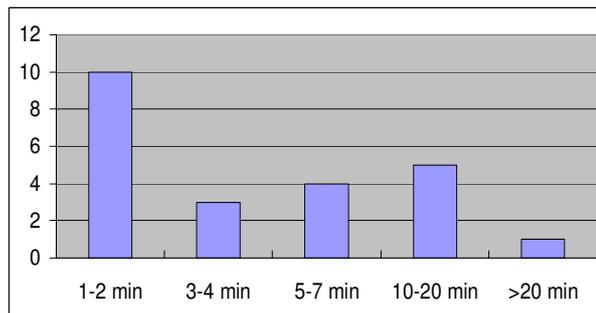
Des notions mathématiques et statistiques ont été utilisées (voir *Objectifs*), plus particulièrement pour la construction des graphes et l'analyse des différents besoins et habitudes des élèves qui se sont dégagés de leurs réponses. Différents types de graphes ont été utilisés pour l'analyse statistique, comme le montre les figures ci-dessous:



Motivation pour le choix de leur tarif



Nombre moyen d'appels par jour / Elèves



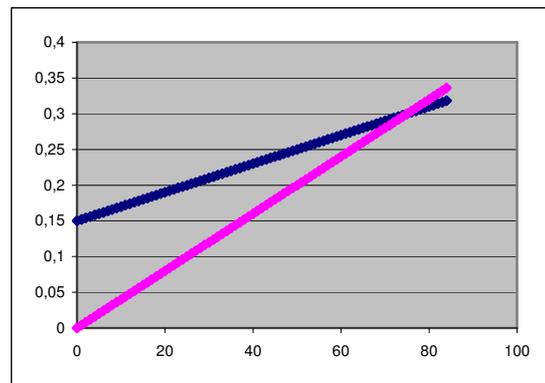
Durée moyenne des appels /Elèves

Le rôle et l'importance des approximations numériques et des différentes phases d'introduction lors du calcul des coûts nécessaires à la comparaison des tarifs ont clairement émergé, ainsi que l'a mentionné un professeur stagiaire: quelques élèves ont fait des approximations de nombres à la fin, après avoir fait tous les calculs avec des valeurs non approximatives, d'autres ont vite fait des approximations pour les nombres obtenus et se sont servis de ces valeurs approximatives pour les calculs suivants (voir Photo). Il a été bon de montrer, durant le débat en classe, comment de telles différences peuvent mener à une évaluation différente du tarif le plus approprié.



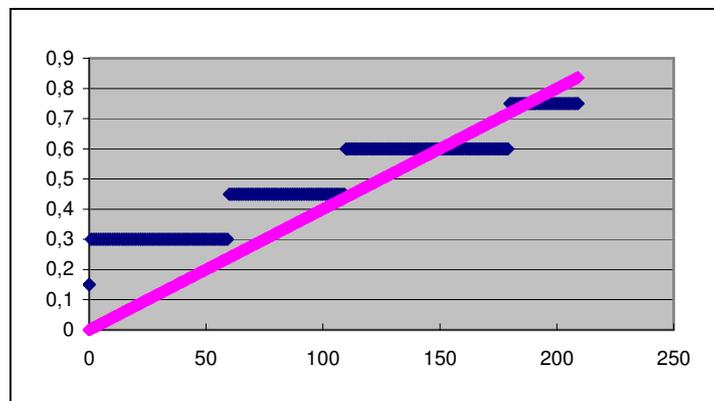
Le pilotage a aussi montré qu'il était possible, même au collège, d'introduire la notion de progression arithmétique (voir tableau et graphes).

Minutes	Toll at the answer $y = 0,15 + 0,002 \cdot x$	No toll at the answer $y = 0,004 \cdot x$
0	0,150	0,000
1	0,152	0,004
2	0,154	0,008
3	0,156	0,012
4	0,158	0,016
5	0,160	0,020
6	0,162	0,024
7	0,164	0,028
8	0,166	0,032
9	0,168	0,036
10	0,170	0,040
11	0,172	0,044
12	0,174	0,048
13	0,176	0,052
14	0,178	0,056



Fonctions affines et leurs représentations

Les notions de fonction linéaire et fonction en escalier ont été illustrées à travers des représentations graphiques [voir graphes], permettant ainsi à chaque élève de mieux évaluer, par rapport à l'utilisation individuelle normale du portable, l'avantage de choisir un tarif basé, par exemple, sur la proportionnalité entre le coût et la durée, au lieu d'un tarif basé sur des unités de temps ou vice versa.



Comparaison de tarifs (fonction linéaire vs fonction en escalier)

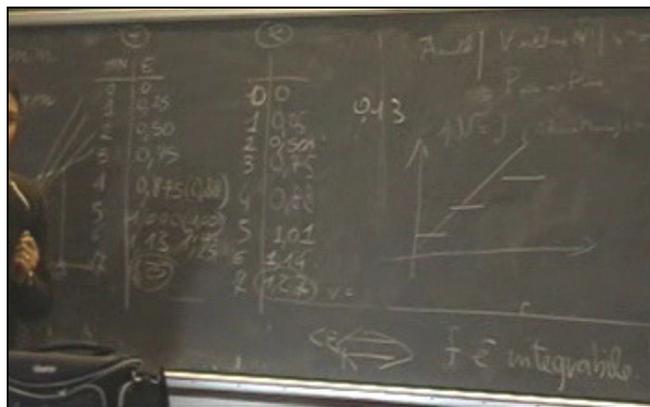
Il est important de préciser que, comme on s'y attendait, certains élèves ont trouvé très difficile l'utilisation des coordonnées cartésiennes avec différentes unités de mesure pour les variables x , y .

Feedback aux stagiaires

Après le pilotage, les quatre stagiaires se sont de nouveau réunis pour réfléchir à l'expérience et préparer un compte-rendu pour les autres stagiaires. Dans ce but, ils ont aussi regardé les films sur vidéo des activités menées en classe. Afin que les élèves ne se sentent pas gênés par la présence d'un autre adulte dans la classe, les leçons ont été filmées par un des élèves.

Il a été décidé qu'outre les deux formateurs et tous les stagiaires, deux élèves participeraient aussi à la séance feedback.

Les quatre stagiaires ont présenté le pilotage en classe, ont fait des commentaires et des remarques, et ont montré les clips vidéo les plus importants des activités filmées en classe. La plupart des résultats du pilotage décrits plus haut ont fait l'objet d'une discussion (voir Photo).



Tableaux et graphiques des comptes-rendus des stagiaires

Malheureusement, et ce n'est guère étonnant, alors que les deux élèves étaient activement engagés dans la discussion, les stagiaires qui n'avaient pas participé au pilotage n'intervenaient eux que rarement dans le débat.

En fait, les deux élèves ont semblé rapidement à l'aise dans ce nouveau (pour eux) contexte éducatif. Outre des commentaires intéressants et une appréciation générale de la proposition, au pilotage de laquelle ils avaient activement participé, les élèves ont clairement exprimé la surprise de toute la classe en découvrant la quantité de mathématiques dans un problème soi-disant facile et, en conséquence, sa complexité.

Comme prévu, les stagiaires ont reconnu la possibilité d'utiliser cette proposition dans un lycée. Cela permettrait l'introduction de notions mathématiques complémentaires et la production d'exemples de problèmes dans, par exemple, le domaine de la programmation linéaire et de l'optimisation.

Après la séance de feedback, les quatre stagiaires se sont de nouveau réunis et, s'appuyant pleinement sur l'activité pilote, ont continué à élaborer en commun le compte-rendu pour la séance de formation, le construisant de manière autonome et y

ajoutant des commentaires personnels et des remarques, dans la forme d'une *Unità di Apprendimento* (Unité d'apprentissage). Il s'agit d'une méthodologie pédagogique introduite récemment lors de la réforme scolaire en Italie. Les Unités d'Apprentissage ont été utilisées par les quatre stagiaires et font partie du travail qui doit être évalué lors de l'examen à la fin de la formation.

Le troisième pilotage

par Catherine Taveau*

Présentation de la classe

La classe comprend 22 élèves, de 14 et 15 ans. Elle est composée de 11 filles, 11 garçons. C'est une classe de troisième, la quatrième année du secondaire en France.

Compétences mises en oeuvre et objectifs

- Organiser intelligemment le calcul de grandeurs numériques (calculs exacts ou approchés). Utiliser de manière pertinente une calculatrice, un logiciel tableur-grapheur.
- Investir les connaissances en proportionnalité dans une situation de la vie réelle où le modèle proportionnel peut être remis en cause.
- Représenter des données numériques avec un diagramme en bâton; dans un système de coordonnées: choix des coordonnées, des échelles, des unités, modes de représentation des données numériques mentionnées plus haut.
- Utiliser une liste de termes spécifiques: abscisse, ordonnée, rapport de proportionnalité, graphique ...
- Proposer une situation à la fois pertinente du point de vue mathématique et familière aux élèves, pour motiver l'utilisation du langage et l'utilisation de l'algèbre, en particulier des fonctions linéaires, des équations simples, des équations simples et des inéquations.
- Faire découvrir aux élèves les fonctions linéaires à travers l'étude et l'écriture de formules littérales: statut et rôle des lettres, du signe d'égalité, d'une expression littérale.
- Travailler en groupe: écouter /échanger / mettre en commun / produire.

Scenario

5 forfaits téléphone: 2 heures et sms

Compagnie 1: 36 €, 100 sms inclus, ensuite 0,07 € par sms

Compagnie 2: 29 €, ensuite 0,12 € par sms

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Paris, France.



Compagnie 3: 36,5 €, ensuite 0,10 € par sms

Compagnie 4: 21,85 €, ensuite 0,09 € par sms

Compagnie 5: 19,90 €, ensuite 0,09 € par sms

Trois usagers:

David: 1h et 600 sms

Marie: 2 hrs et 200 sms

Simon: 1h30min et 60 sms

Cinq groupes:

La classe est divisée en cinq groupes de quatre ou cinq élèves, aux aptitudes variées, représentant cinq compagnies de télécommunications. Chaque groupe a un dossier de la compagnie comprenant les documents suivants:

- Un bref slogan publicitaire décrivant le contrat d'abonnement-forfait proposé par la compagnie de télécommunications.
- Des exemples de graphiques et de diagrammes.
- Des éléments de recherches individuelles menées par les élèves deux semaines auparavant.
- Des feuilles de papier quadrillé.
- Un transparent quadrillé

Déroulement en classe

La séance a lieu le vendredi pendant 2 heures et le lundi pendant 1 heure:

Cinq groupes sont constitués par le professeur.

Vendredi: Le professeur présente le thème et le titre du travail «Etude d'un contrat/abonnement forfait téléphone».

Certains élèves proposent immédiatement des compagnies de télécommunications et leurs prix habituels.

Le professeur donne les consignes oralement:

Tout d'abord chaque groupe doit comparer les factures de téléphone des trois utilisateurs en se référant à la compagnie de téléphone représentée par le groupe. Les résultats seront soumis sous forme de graphe à barres sur le transparent quadrillé.

Le professeur écrit ensuite les consignes au tableau.

La première phase dure environ 35 minutes. Les premières discussions portent sur le sens du verbe «comparer», l'utilisation du papier quadrillé, le choix des grandeurs, des unités et des graphiques. Tous les élèves utilisent systématiquement leurs calculatrices. On discute de la signification des opérations et des résultats, et en particulier de l'utilisation du calcul approché, et pour certains groupes de traitement proportionnel, ou non, pour calculer le prix de la consommation téléphonique de David et de Simon.

Ensuite deux élèves de chaque groupe présentent leurs prix et leurs résultats sur un transparent quadrillé, à l'aide du rétroprojecteur. Chaque compte-rendu est suivi d'une discussion entre le groupe et le reste de la classe. Cette deuxième phase dure 15 minutes.

Finalement chaque groupe classe les cinq compagnies de télécommunications, de la moins chère à la plus chère, pour chaque utilisateur. Les résultats seront présentés avec un système de coordonnées. L'axe des abscisses montrera le nombre de SMS envoyés et l'axe des ordonnées le montant des factures de téléphone en €. On donne à chaque groupe quatre copies du système de coordonnées. Une seule de ces quatre copies sera nécessaire à la fin de l'activité.

Les échanges et le travail sont organisés de manière plus efficace. Une mise en commun des résultats est nécessaire au sein de chaque groupe afin d'exécuter les consignes. Cette activité dure 20 minutes.



Lundi: pendant quarante minutes, au sein de chaque groupe, les élèves abordent de nombreuses questions qui provoquent des accord ou des désaccords.

- Comment mieux répartir les calculs entre eux? Est-il possible d'arrondir les résultats? Est-il nécessaire de tenir compte de la consommation téléphonique ou uniquement des SMS?
- Quel type de graphique utiliser? Quelle direction donner au système de coordonnées du professeur? Faut-il, ou non, joindre les points placés sur la feuille graphique? Quelle unité sur l'axe des abscisses? Quelle unité sur l'axe des ordonnées?
- Comment distinguer, dans un même système de coordonnées, les compagnies téléphoniques des utilisateurs? Faut-il, ou non, utiliser des couleurs, des codes, des légendes?

Bilan

Dans chaque groupe le travail mathématique a été organisé de deux manières: les 15 calculs et les représentations graphiques. La répartition des tâches et la gestion du temps étaient propres à chaque groupe.



Au terme de ces deux séances, de nombreux élèves ont exprimé leur satisfaction en décrivant le travail ainsi: “un nouveau sujet, intéressant, pas uniquement des mathématiques, éloigné des racines carrées”, “On s’entraide davantage”

Les divers graphiques et productions des cinq groupes ont montré une réflexion mathématique importante et un bon travail.

Cependant, les processus de la pensée mathématique utilisés par les élèves sont naturellement plus numériques qu’algébriques. Une séquence supplémentaire est donc nécessaire pour découvrir les fonctions linéaires. Le langage algébrique en particulier sera alors développé rendant la production et le maniement des formules littérales nécessaires et utiles. L’étape suivante dans cette action doit donc conduire les élèves à identifier les deux aspects - “procédural” et “structural”- d’une expression algébrique.

Olivier Arrouch, professeur de la classe

Conclusion

par Annette Jäpelt

Le sujet a été choisi parce qu’il occupe une place importante dans la vie quotidienne des élèves. Les élèves sont donc motivés par ‘la résolution de problème’ et sont en mesure de transférer les compétences mathématiques plus facilement que lorsqu’ils apprennent les mathématiques uniquement à travers les manuels scolaires.

La comparaison des différents tarifs disponibles pour les appels de téléphones portables constitue un sujet naturel de discussion, même pour les élèves de collège. Durant la comparaison, les opinions des élèves s’appuient rarement sur un raisonnement qui pourrait, même involontairement, se rapporter à la description graphique des plans tarifs qu’ils sont en train d’étudier. Ils comprennent à peine que, pour que toute comparaison soit correcte, plusieurs notions mathématiques sont nécessaires. Certaines sont déjà disponibles, mais il est nécessaire d’en introduire d’autres.

On peut voir dans l’introduction le schéma général adopté par les deux premières institutions du pilotage. Le pilotage en classe a aussi été testé à Paris.

La comparaison se fera entre les deux premières institutions pilotes, quand seuls le professeur formateur et les professeurs stagiaires participent, et en incluant Paris pour ce qui concerne le pilotage en classe.

La structure commune du pilotage

La séance de formation

- Présentation de la proposition aux professeurs stagiaires
- On donne aux professeurs stagiaires, ou ils les trouvent eux-mêmes, plusieurs tarifs.



- On leur demande d'élaborer, en groupes, le plan d'une leçon pour les élèves.
- A l'intérieur de ces groupes, ils discutent de la meilleure manière de présenter et de mener la leçon pour les élèves
- Ces plans sont présentés devant les autres groupes
- On choisit des stagiaires pour mener le pilotage en classe

La séance en classe

- Présentation
- On donne à chaque groupe plusieurs tarifs pour les appels de téléphones portables
- On demande aux groupes de comparer des tarifs différents
- Cette comparaison nécessite des calculs et une visualisation sous forme de diagramme en bâton ou un graphique représentant une fonction linéaire.
- Présentation devant les autres groupes.

Les différences de pilotage

- Les notions mathématiques en jeu: à Skårup, la notion de variable a été utilisée dans le traitement du problème et les élèves ont dessiné un diagramme en bâton à la main.
- Dans les deux autres institutions pilotes, le sujet constitue une introduction ou une consolidation de concepts mathématiques tels que fonction, représentation graphique d'une fonction, proportionnalité directe, équation d'une droite et utilisation d'un tableur pour le traitement.
- Utiliser un tableur est une excellente idée; il vous permet de changer les variables et de voir rapidement ce qui se passe, ce qui est utile ici étant donné le grand nombre de variables.
- La deuxième institution pilote a également introduit les concepts statistiques de base.

Remarques-Conclusion

Le sujet contient diverses possibilités d'utiliser des compétences mathématiques dans la résolution de problèmes. Il est possible de choisir le niveau de complexité de la résolution d'un problème, selon le nombre de variables que l'on décide d'y introduire.

Pour vraiment développer les compétences en traitement et modélisation de problèmes, il est important de permettre aux élèves de développer leurs stratégies de manière autonome, en n'intervenant que lorsque c'est absolument nécessaire.