

# I TELEFONI CELLULARI

di Annette Jäpelt\*

## INTRODUZIONE

La proposta didattica *I telefoni cellulari* qui presentata è un contributo al progetto LOSSTT-IN-MATH. È costituita da un confronto di diversi piani tariffari disponibili per le telefonate da telefoni cellulari. L'argomento è stato scelto perché è parte significativa della vita di tutti i giorni degli alunni e perché è un argomento piuttosto complicato, con molte variabili. Nel trattarlo, possono essere sviluppate competenze in trattamento di problemi e modellizzazione. Nelle proposte i piani tariffari verranno osservati tramite nozioni matematiche. La proposta è stata sperimentata da due partner del progetto, lo Skårup Seminarium ed il CAFRE dell'Università di Pisa, e dallo IUFM di Parigi. Dai due partner la proposta è stata attuata secondo il seguente schema:

- Introduzione ai docenti in formazione.
- I docenti in formazione discutono in gruppi come preparare la migliore attività didattica per gli alunni.
- Viene preparata un'attività didattica.
- I docenti in formazione sperimentano la proposta nella scuola.



---

\* Skårup Seminarium, Danimarca.

## La sperimentazione principale

di Annette Jäpelt

### PROBLEM SOLVING IN CONNESSIONE CON OPUSCOLI O MATERIALE PUBBLICITARIO

La seguente unità didattica è una parte del progetto LOSST-IN-MATH sperimentata nello Skårup Seminarium durante il terzo anno di formazione in matematica degli insegnanti.

La formazione degli insegnanti dura quattro anni ed ai docenti in formazione è consentito insegnare alle scuole primarie e secondarie inferiori.

La matematica è presente in tutti e quattro gli anni, all'interno dello stesso gruppo e di norma con lo stesso formatore. Ogni settimana, ai docenti in formazione vengono proposte circa cinque ore di lezione su questa materia.

### LA PROPOSTA

È importante che gli alunni si sappiano destreggiare nella loro vita quotidiana. Ci saranno molte situazioni in cui la matematica è la sola materia che può contribuire a questo. I ragazzi sono bombardati da messaggi pubblicitari riguardo ai telefoni cellulari e spesso spendono molti soldi per questi. Questo argomento riguarda veramente la vita quotidiana degli alunni ed è per loro molto essenziale. A questa età (13 – 14 anni) i ragazzi spesso gestiscono da soli le spese ed i pagamenti. Un piano tariffario per telefoni cellulari contiene moltissime variabili, cosa che rende difficile per la maggior parte delle persone determinare quale sia la migliore scelta per le proprie esigenze. Questo è il motivo per cui è stata scelta per il progetto la proposta didattica “I telefoni cellulari”. Ai docenti in formazione viene chiesto di preparare un'attività didattica da realizzare in una lezione con alunni della classe settima. Agli alunni dovrebbero essere forniti i dati necessari, che sono di solito contenuti nel materiale pubblicitario. Guardare alle funzioni lineari sarebbe la cosa più ovvia da fare. Ma la classe non ha lavorato sulla nozione di funzione ed allora la cosa più ovvia è lavorare sulla nozione di variabile, perché c'è troppo poco tempo per introdurre agli alunni la nozione di funzione lineare.

Il piano di sperimentazione a Skårup è mostrato nel seguente schema:

<b>Principali persone coinvolte</b>	<b>Tempi</b>	<b>Descrizione</b>
Il formatore		Ai docenti in formazione viene inviata una introduzione via e-mail.
I docenti in formazione	1h	Un docente in formazione ha preparato una introduzione, basata sulle informazioni disponibili in Internet. Informa gli altri sui prezzi relativi ai

		telefoni cellulari.
I docenti in formazione in gruppi	1h Video registrata	I docenti in formazione lavorano in gruppi per progettare la lezione con gli alunni.
I docenti in formazione	2 h Video registrata	L'intero gruppo discute come far sì che la lezione includa le condizioni per una lezione con gli alunni.
Gli alunni e sei docenti in formazione	1 h Video registrata	La lezione a scuola.
Il formatore ed i docenti in formazione	1 h	Valutazione.

### Informazioni generali

*Numero di formatori:* 1 (un docente dello Skårup Seminarium)

*Numero di docenti in formazione:* 25

*Numero di classi coinvolte nella sperimentazione:* 1 (classe settima)

*Numero ed età degli alunni:* 20 alunni di 13-14 anni

*Numero di adulti nell'aula durante le lezioni:* 5 docenti in formazione (presenti per la prima volta nell'aula), l'insegnante ed il formatore.

### Finalità

*Per i formatori:*

- Fornire informazioni
- Aiutare i docenti in formazione nel passaggio dalla teoria alla pratica
- Valutare

*Per i docenti in formazione:*

- Trattare il problem solving come parte della matematica e, tenuto conto di ciò, coinvolgere situazioni della vita quotidiana nell'educazione matematica.
- Comprendere ed usare espressioni che includono variabili.
- Discutere e sviluppare un'attività didattica.
- Attuare l'attività didattica.

*Per gli alunni:*

- Trattare il problem solving come parte della matematica.
- Occuparsi di situazioni quotidiane nella loro educazione matematica.



- Lavorare sulla nozione di variabile.
- Destreggiarsi nella vita quotidiana.
- Assumere una posizione critica nei confronti delle informazioni che ricevono dai materiali pubblicitari.

### **Istruzioni per i docenti in formazione**

Come introduzione, ai docenti in formazione sono stati mandati, per e-mail, i seguenti fogli:

#### **Problem solving in connessione con opuscoli e materiale pubblicitario**

*Argomento:* Telefoni cellulari

*Finalità:* come su espone

*Descrizione:* Agli alunni di una classe settima viene presentato un problema in cui i dati necessari per la soluzione sono contenuti in un opuscolo pubblicitario.

*Istruzioni per gli alunni:*

Gli alunni ricevono diverso materiale pubblicitario e gli vengono fatte domande riguardo ad esso. Essi devono fare uso della matematica per dare una risposta. Agli alunni viene poi chiesto di preparare il proprio opuscolo pubblicitario, forse più descrittivo.

*Compiti per i docenti in formazione:*

- Come puoi organizzare la lezione per gli alunni?
- Quali domande andrebbero fatte?
- Che cosa vuoi esattamente che gli alunni facciano?
- Quanti opuscoli pubblicitari mostreresti agli alunni od essi dovrebbero possibilmente trovare da soli?
- Gli alunni sono più bravi a risolvere problemi reali di quelli puramente tecnici?
- Quali difficoltà prevedi rispetto alla lezione?
- Che cosa ti aspetti che gli alunni ricaveranno da questa lezione?
- Che tipo di cose possono essere valutate e come, in questa lezione?
- Quali problemi simili possono essere trattati in questo modo?
- Inoltre: Puoi portare tu stesso alcuni opuscoli pubblicitari sui telefoni cellulari.

## **LA SPERIMENTAZIONE**

### **La lezione con i docenti in formazione**

Il numero di docenti in formazione è 25. Sono studenti del terzo anno nello Skårup Seminarium. Un formatore ha preparato un'introduzione ai costi dei telefoni cellulari,

per gli abbonamenti, le chiamate ed i messaggi di testo. Questa introduzione è durata tutta la lezione.

### **La preparazione della lezione** [*questa parte è stata video registrata*]

I docenti in formazione hanno lavorato in gruppi per progettare la lezione. Anche questa fase è durata un'ora.

Qui sotto sono trascritte alcune parti delle presentazioni dei lavori di gruppo dei docenti in formazione.

#### Gruppo 1

*In prestito o acquistarlo. Due contratti differenti. Quale sceglieranno?*

#### Gruppo 2

*Pubblicità differenti e tre esigenze diverse. Ciascun gruppo avrà una sola pubblicità e tre esigenze. Il gruppo deve preparare un algoritmo per il costo ed un grafico. Dopo questo i gruppi confronteranno i costi. Oggettivano il testo per trasformarlo in qualcosa di utile.*

*Qual è il migliore per te?*

*Sembra una storia.*

*Se avessimo più tempo il problema potrebbe essere più aperto.*

#### Gruppo 3

*Agli alunni viene mostrato moltissimo materiale pubblicitari.*

*Gli alunni lavoreranno tenendo conto delle proprie esigenze e discuteranno sulle loro scelte.*

*Gli alunni dovrebbero essere messi in gruppi, dove prepareranno i grafici in base alle loro esigenze per le diverse compagnie telefoniche. Dopo dovrebbero preparare i propri materiali pubblicitari.*

*Oralmente: I gruppi di alunni discuteranno tutti insieme sulle loro scelte.*



**I docenti in formazione presentano il lavoro fatto nei gruppi**

Alla fine, l'intero gruppo discute su come svolgere la lezione con gli alunni, comprese le condizioni:

- I docenti in formazione non conoscono gli alunni.
- C'è solo una lezione a disposizione e nessun tempo per riflettere.
- Gli alunni non hanno appreso la nozione di funzione.
- I docenti in formazione decidono di scegliere sia il tipo di contratto che le necessità per le chiamate e gli sms, tenuto conto del tempo ridotto con gli alunni. Scelgono anche di controllare la lezione in maniera molto rigida.

Passi della discussione collettiva:

- *Tutti vogliono che gli alunni facciano un grafico.*
- *Poiché non tutti hanno un cellulare, gli alunni dovrebbero avere delle esigenze fittizie.*
- *Quali fattori dovrebbero essere mantenuti come variabili?*
- *C'è tempo per consentire agli alunni di mostrare il loro spirito critico?*
- *Scelta finale.*
- *Dialogo sui prezzi in generale.*
- *Esigenze fittizie ed un grafico per presentarle.*
- *Come disegneranno il grafico?*
- *Quanto lavoro riusciranno a fare gli alunni nel tempo assegnato?*
- *Ogni gruppo riceve una pubblicità.*

Qui sotto viene mostrata l'introduzione che hanno fatto (l'introduzione dei docenti in formazione agli alunni).

Inoltre, gli alunni devono disegnare, a mano, un diagramma a barre su un foglio di carta per visualizzare la situazione.

Alla fine i docenti in formazione hanno bisogno di tempo per la discussione.

Cinque di loro si offrono come volontari per far lezione agli alunni. Uno di loro vuole fare l'introduzione e c'è allora un docente in formazione per ciascun gruppo di alunni, poiché il piano dei docenti in formazione prevede che gli alunni lavorino in cinque gruppi di quattro.

## **ISTRUZIONI AGLI ALUNNI**

Poiché i docenti in formazione hanno un tempo classe relativamente limitato, essi decidono di guidare gli alunni facendo un'introduzione relativamente rigida. Agli alunni viene ancora mostrato del materiale pubblicitario, ma non hanno bisogno di scegliere le informazioni da soli.



## **L'introduzione dei docenti in formazione agli alunni:**

### ***La matematica dei cellulari nella classe settima***

All'inizio, un'introduzione comune alla classe.

La classe viene divisa in cinque gruppi:

- Gruppo 1: Compagnia uno
- Gruppo 2: Compagnia due
- Gruppo 3: Compagnia tre
- Gruppo 4: Compagnia quattro
- Gruppo 5: Compagnia cinque

Ciascun gruppo riceve l'indicazione di tre esigenze fittizie ed un contratto. Da questo devono calcolare a quale esigenza soddisfa meglio soddisfa il loro contratto.

*Esigenza 1:* 10 minuti di chiamate voce + 600 sms. (blue nel Diagramma 1)

*Esigenza 2:* 1 ora di chiamate + 200 sms. (rosso nel Diagramma 1)

*Esigenza 3:* 3 ore di chiamate + 60 sms. (verde nel Diagramma 1)

Ciascun gruppo prepara un diagramma a barre che mostra tre differenti esigenze in accordo con il suo contratto.

Alla fine saranno, se possibile, discusse in aula le differenze di prezzo.

### **Esempio dei risultati attesi dagli alunni**

Per aiutare a comprendere, viene fornito il seguente esempio che mostra i calcoli ed il diagramma a barre.

Il costo con la Compagnia due è:

- 0,75 DKR/min di conversazione
- 0,20 DKR/sms

A partire da questi dati, gli alunni dovrebbero calcolare quale contratto soddisfa meglio le loro esigenze.

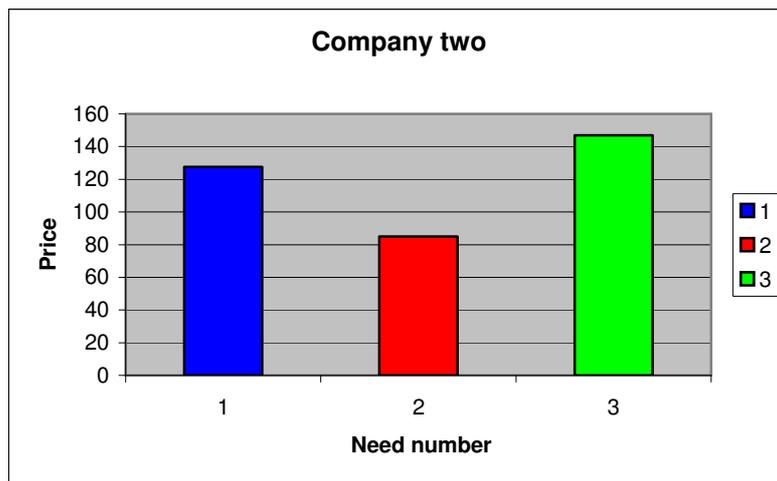
I costi per il Gruppo 2 sarebbero allora:

*Esigenza 1:* 10 minuti \* 0,75 DKR/minuto + 600 sms \* 0,20 DKR/sms = 127,50 DKR

*Esigenza 2:* 60 minuti \* 0,75 DKR/minuto + 200 sms \* 0,20 DKR/sms = 85,00 DKR

*Esigenza 3:* 180 minuti \* 0,75 DKR/minuto + 60 sms \* 0,20 DKR/sms = 147,00 DKR

Il diagramma a barre assomiglierà al seguente:



**Diagramma a barre dei costi finali**

### **Svolgimento della lezione**

Ci sono venti alunni di circa 14 anni. La scuola è la Øster Åby Free School, un po' a nord di Svendborg. L'insegnante di matematica della classe è presente ma solo come osservatore. Sono presenti sei docenti in formazione, uno fa l'introduzione e ciascuno degli altri aiuta ciascuno dei cinque gruppi. Gli alunni sono concentrati sul loro lavoro. La collaborazione fra allievi ed i docenti in formazione è buona ed i docenti in formazione non prendono l'iniziativa ma lasciano che gli alunni siano attivi e pongono domande che possano aiutare gli alunni a fare un passo avanti se si fermano. Gli alunni calcolano quanto costerebbero le tre esigenze date con il contratto loro assegnato. Inoltre gli alunni disegnano rapidamente i diagrammi previsti. Hanno così tempo di guardare alcuni degli altri contratti, cosa che fornisce loro una buona base per la successiva discussione collettiva.

Alla fine gli alunni discutono con i docenti in formazione su quale dei cinque contratti sceglierebbero e, inoltre, su quale contratto loro in effetti hanno e perché.



### **Feedback ai docenti in formazione**

Alla fine della lezione con gli alunni, ai docenti in formazione viene chiesto che cosa pensano della lezione ed essi rispondono che è stata una buona lezione.

L'insegnante di matematica della classe dice che gli alunni hanno parlato in maniera positiva della lezione.

Per avere una base per la discussione ho consegnato ai docenti in formazione uno schema di valutazione. Questo schema può essere visto qui sotto con alcune osservazioni da parte dei docenti in formazione.

### Valutazione della lezione sui telefoni cellulari

A tutti i docenti in formazione è stato chiesto di riempire tutti i punti relativi alle lezioni cui hanno preso parte:

Compito	Aspetti positivi	Aspetti negativi	Osservazioni
Preparazione per gli alunni	<p><i>Preparazione iniziale in piccolo gruppi portando più contributi da presentare nel gruppo "grande".</i></p> <p><i>Avere qualcuno con cui discutere.</i></p> <p><i>Lavorare in gruppo creando molte idee.</i></p> <p><i>Un procedere buono, in cui ciascuno ha portato le proprie idee.</i></p>	<p><i>Forse qualcuno non ha espresso le proprie idee ed è stato semplicemente d'accordo con gli altri.</i></p>	<p><i>Mettersi possibilmente d'accordo, prima, su come verrà fatta la scelta finale.</i></p> <p><i>Consentire a ciascun "piccolo" gruppo di scrivere una pagina con la sua proposta.</i></p>
L'apprendimento degli alunni	<p><i>Lavorare in gruppi, ma c'è sempre qualcuno che sta solo "a rimorchio".</i></p>	<p><i>Dovremmo metterci tutti d'accordo su cosa fare quando quelli veloci hanno finito.</i></p>	<p><i>Alcuni hanno finito molto velocemente, ma altri no..</i></p> <p><i>È difficile differenziare ed essere sicuri che tutti hanno capito.</i></p>
Cosa hai imparato dalla lezione?	<p><i>Esperienza nel programmare e realizzare.</i></p>		

È stato inoltre chiesto ai docenti in formazione come si potrebbe fare la valutazione degli alunni. Ecco una delle risposte:

*Penso che gli alunni debbano solo valutare l'elaborazione delle istruzioni e non se hanno ottenuto un risultato, cosa che credo dovrebbe essere misurata tramite problemi simili.*

La valutazione potrebbe essere:

*Come vedi il lavorare in gruppo con la matematica? Perché?*

*Come preferisci lavorare? Perché?*

*Come vedi l'aver così tanti insegnanti intorno? Perché?*

*La discussione sulla valutazione si svolge nella classe, 10 – 15 minuti più tardi, all'interno degli stessi gruppi di ragazzi di prima.*

### **Descrizione di un'altra situazione di pratica didattica**

All'inizio dell'anno scolastico 2004, nell'Istituto di formazione degli insegnanti, abbiamo lavorato sulle funzioni lineari. Come uno dei molti esempi specifici, abbiamo scelto di lavorare con le spese relative ai telefoni cellulari.

Più avanti, uno dei docenti in formazione ha usato questo esempio durante il suo terzo anno di tirocinio. Sono andata a trovarla in classe quando trattavano questo argomento ed ho fatto la registrazione video delle lezioni. Le lezioni si sono tenute nella classe sesta di una delle scuole di Svendborg.

Tutti gli alunni hanno imparato qualcosa durante le due lezioni, ma le differenze sono state molto grandi. Alcuni alunni sono stati in grado di disegnare, con un piccolo aiuto, i diagrammi per due differenti contratti, altri non sono stati in grado di disegnare un diagramma neppure per la funzione lineare più semplice, ma sono stati allora capaci di muovere i primi passi verso l'espressione di una variabile. La maggioranza degli alunni si è collocata nella fascia intermedia fra queste due situazioni estreme. Se gli alunni dovessero lavorare su questo problema prima che vengano trattate le funzioni lineari la situazione deve essere molto semplificata:

- Dovrebbe riguardare solo i numeri interi e solo una variabile.
- Questo argomento dovrebbe, se possibile, essere trattato più tardi ma può contribuire ad una accresciuta differenziazione didattica, dato che offre numerose possibilità su ciò che può essere incluso nei calcoli.

### **COMMENTI**

I docenti in formazione hanno deciso di condurre la lezione in maniera abbastanza rigida tenuto conto del poco tempo disponibile.

Gli alunni sono stati bravi nel fare le operazioni richieste e capaci di interpretare i risultati in modo da poterne fare uso nella realtà. Uno dei fattori che, come formatore, voglio rafforzare è la capacità degli alunni di leggere un testo e tirarne fuori un modello matematico. Sfortunatamente non abbiamo avuto abbastanza tempo per svolgere questo compito. Questo sarebbe il primo passo verso l'uso della matematica nella vita quotidiana. Una domanda generale a questo proposito sarebbe chiedersi se gli alunni siano capaci di trasferire alla vita quotidiana gli argomenti imparati a scuola. Io vedo spesso che i docenti in formazione separano le conoscenze apprese in una materia o, addirittura, in una parte di materia da ciò che apprendono altrove e che il transfer da una parte della loro vita ad un'altra è addirittura ridottissimo.

Se gli alunni potessero fare spesso uso della matematica per problemi pertinenti, il loro coinvolgimento e con questo la loro capacità di ricordare ed usare la matematica aumenterebbe. Aumenterebbe pertanto anche la probabilità che gli alunni possano usare la matematica nella loro vita quotidiana dopo che hanno terminato la scuola.

Anche nel sistema scolastico mi sono spesso resa conto che sembra che tutte le conoscenze siano andate perse. Ho visto che a volte studenti di scuola superiore sono stati capaci di utilizzare la matematica scolastica e dopo mi sono resa conto che i nostri studenti nell'Istituto di formazione degli insegnanti non sono stati capaci di usare la matematica imparata durante la scuola secondaria superiore. Forse si sarebbero ricordati la matematica se ci fosse stato un maggior coinvolgimento ed una minore attività di insegnamento routinario. Il lavoro routinario è necessario, ma non dovrebbe essere il solo e prevalente modo di insegnare.

### **Un commento sull'argomento**

Tenuto conto del grande numero di variabili, l'utilizzo di un foglio elettronico sarebbe più appropriato.

In Danimarca le variabili potrebbero essere le seguenti:

*Costo del telefono – Tariffa mensile – Tariffa per minuto – Costo di una chiamata – Costo di un video – Costo di un sms – Altri costi*

Il costo è funzione di molte variabili differenti, cosa che rende difficile per molti determinare quale sarà l'acquisto migliore rispetto alle proprie esigenze.

Con un foglio elettronico si può vedere molto rapidamente cosa succede quando cambiamo variabili ed avere un'immagine di ciò che accade per questi cambiamenti. Per gli alunni un cambiamento li farebbero affogare in lunghissimi calcoli.

### **Un commento generale**

Sia per me ed un docente in un Istituto di formazione degli insegnanti che per i docenti in formazione è stato molto utile essere coinvolti nella programmazione della lezione a scuola. Di solito i formatori sono coinvolti nel tirocinio dei loro docenti in formazione come consulenti piuttosto che come collaboratori: la mia esperienza con questo progetto significa che cercherò di cambiare questa situazione. È stato molto importante seguire tutto il percorso fatto dai docenti in formazione, dal loro primo apprendimento alla preparazione ed all'insegnamento in classe. Il coinvolgimento e le riflessioni dei docenti in formazione sono stati notevoli. Più studenti del solito partecipano attivamente quando possono vedere l'importanza di ciò che fanno.

Mi piacerebbe che tutta la formazione degli insegnanti fosse basata su una interazione continua fra teoria e pratica.

### **RINGRAZIAMENTI**

Grazie alla classe settima della Øster Åby Free School ed al suo insegnante di matematica, Brian M. Østergård.

Grazie anche alla mia classe di matematica 22.4 dello Skårup Seminarium per la sua gentilezza.

## La seconda sperimentazione

di Franco Favilli\* e Carlo Romanelli\*\*

Nel quadro delle attività del progetto LOSSTT-IN-MATH, la proposta didattica *I telefoni cellulari* è stata preparata e presentata ai docenti in formazione perché la discutessero. La proposta è stata dopo sperimentata da due coppie di docenti in formazione in due classi di scuola secondaria inferiore.

Fra le nozioni matematiche necessarie per il confronto, abbiamo prestato una speciale attenzione a proporzionalità, progressioni aritmetiche, funzioni, grafici, approssimazioni ed elementi base di statistica. Durante le attività in classe, gli alunni hanno anche fatto uso del software Excel.

### La proposta

La proposta *I telefoni cellulari* sembra corrispondere ad un buon modo di trattare le nozioni matematiche, tramite la loro introduzione tramite una buona combinazione di attività teoriche e pratiche. L'espansione e l'approfondimento della proposta potrebbe facilmente condurre la discussione ben al di là del contenuto standard di un curriculum di matematica per la scuola secondaria inferiore. La sua sperimentazione richiede pertanto, innanzitutto, la definizione di obiettivi didattici specifici e la scelta di solo alcune delle possibili nozioni matematiche da introdurre od utilizzare ulteriormente (se sono già disponibili agli alunni).

Gli insegnanti in formazione lavorano in gruppi di due o di tre. I formatori danno a ciascun gruppo diversi piani tariffari per telefonate da telefoni cellulari e chiedono di confrontare le differenti tariffe. Ad ogni gruppo è poi richiesto di individuare il piano tariffario che sia più conveniente rispetto all'utilizzo medio del telefono cellulare. Alla fine tutte le differenti scelte vengono presentate e giustificate davanti agli altri gruppi.

Lo stesso schema dovrebbe essere usato sia dai formatori con i docenti in formazione che dai docenti in formazione a scuola con gli alunni.

Il piano della sperimentazione è stato preparato e sviluppato secondo lo schema seguente:

---

\* Centro di Ateneo di Formazione Ricerca Educativa – CAFRE, Università di Pisa, Italia.

\*\* Istituto Comprensivo “E. Pea”, Seravezza, (LU), Italia.

Fasi									
Formatori (10h)  Preparazione della proposta didattica	Formatori e docenti in formazione (4h)  Introduzione Lavoro di gruppo Discussione	Docenti in formazione (2h)	Docenti in formazione e alunni (2h)  Introduzione Lavoro di gruppo Discussione		Docenti in formazione (2h)	Docenti in formazione e Formatori (4h)  Relazione Discussione		Docenti in formazione (4h)	Formatori (5h) Relazione finale
Obiettivi			Metodologia in-contesto						
A breve termine	Conoscenze Competenze	Riflessione Programmazione	Docenti in formazione Conoscenze	Alunni Conoscenze Competenze	Riflessione sulla lezione Relazione	Formatori Socializzazione	Docenti in formazione	Riflessione – Osservazioni Programmazione finale Relazione ai docenti in formazione	
A lungo termine	Metodologia Socializzazione		Metodologia	Socializzazione		Metodologia	Metodologia		

## Informazioni generali

*Numero di formatori:* 2 (un docente universitario ed uno di scuola secondaria inferiore)

*Numero di docenti in formazione:* 42

*Numero di classi coinvolte nella sperimentazione:* 2 (classi di scuola secondaria inferiore)

*Numero ed età degli alunni:* 40 alunni di 13 anni

*Numero di adulti in ciascuna classe durante le lezioni:* 2 docenti in formazione (presenti per la prima volta in quelle classi) e l'insegnante

## Obiettivi

Gli obiettivi educativi della proposta possono essere grosso modo divisi in obiettivi generali e disciplinari.

Fra gli *obiettivi generali* si possono considerare:

- Rendere gli allievi meglio consapevoli dell'uso dei telefoni cellulari e della necessità di scelte critiche.
- Somministrare un questionario.
- Promuovere la collaborazione nelle attività di problem-solving.
- Accrescere la conoscenza di termini propri dell'economia, della finanza e del commercio.
- Coinvolgere le famiglie degli alunni nell'attività educativa.

Fra gli *obiettivi matematici* si possono considerare:

- Rendere l'insegnamento e l'apprendimento della matematica più attraente ed efficace tramite la ricerca e la valutazione di necessità della vita quotidiana.

- Individuare un problema da risolvere tramite un'indagine statistica.
- Partendo da un problema reale, introdurre o consolidare concetti di base in statistica, come popolazione, basi di dati, raccolta di dati, unità statistiche, organizzazione di dati, campioni rappresentativi e non-rappresentativi di dati, frequenza e percentuale, indici statistici, loro rappresentazione ed interpretazione tramite grafici.
- Partendo da un problema reale, introdurre o consolidare concetti di base in matematica, quali funzione, grafico di una funzione, funzione a scalini, progressione aritmetica, proporzionalità diretta, equazione di una retta.
- Migliorare la formazione tecnologica di base della classe, in generale, e degli alunni svantaggiati, in particolare.

## Compiti

### *Per i docenti in formazione*

La programmazione di una unità didattica richiede sempre che l'insegnante faccia delle scelte metodologiche e didattiche. Riguardo alla proposta *I telefoni cellulari*, la sua preparazione da parte dei formatori, la sua sperimentazione con i docenti in formazione prima e con gli alunni poi, le discussioni durante le sessioni con i docenti in formazione, hanno reso sia i formatori che i docenti in formazione consapevoli del rilievo, per la sperimentazione stessa, delle possibili differenti risposte a domande e questioni come le seguenti:

- Che piano tariffario hai per il tuo telefono cellulare?
- Hai mai pensato a confrontare il tuo piano tariffario con altri recentemente introdotti?
- Hai mai provato a calcolare il costo effettivo per minuto delle tue telefonate medie?
- Cosa significa per te *telefonata media*? Confronta il senso che tu gli attribuisce con quello degli altri nel gruppo.
- Sei consapevole della quantità di variabili che rendono possibile tale calcolo?
- Credi che sia facile calcolare tale costo?
- Di che tipo di conoscenze hai bisogno per calcolare quel costo?
- Fai una lista di nozioni matematiche e statistiche che, secondo te, sono necessarie.
- Quali di loro è possibile trovare in un programma di scuola secondaria inferiore?
- Cerca di individuare almeno due piani tariffari che potrebbero consentire ad alunni di 12-13 anni di calcolare il costo di una telefonata normale dal cellulare con tali piani tariffari.
- Confronta i grafici ( $x = \text{min}$ ,  $y = \text{€}$ ) dei due piani tariffari.
- Forse hai bisogno di fissare alcune variabili ...



- Cerca di preparare un'attività didattica di matematica per la scuola secondaria inferiore.
- Che ne pensi di somministrare un questionario agli alunni per introdurli all'argomento, così da renderli consapevoli della sua complessità? Avresti una conoscenza migliore della classe.
- Forse potresti cominciare col modificare un piano tariffario, così da ottenere qualcosa piuttosto semplice.
- Stai considerando di utilizzare un software come Excel per elaborare le diverse informazioni e per disegnare i grafici?
- Di quale tipo di approssimazioni farai uso?
- Che tipo di collegamenti potresti fare con altre materie?
- Che tipo di applicazione di questa proposta di attività di problem-solving sarebbe possibile in una classe di scuola secondaria superiore?

### *Per gli alunni*

- Quanto spendi per il telefono cellulare in un mese? Fai un confronto con i tuoi compagni di classe.
- Sai quale piano tariffario hai? Se non lo sai, chiama il tuo operatore di telefonia mobile e chiedi i dettagli del tuo piano tariffario!
- Confrontiamo le informazioni che hai ottenuto riguardo al tuo piano tariffario con quelle dei piani della tabella 1 (vedi più sotto).
- Quale è più conveniente per il tuo utilizzo medio del telefono cellulare?
- Quanto dovrebbe durare una telefonata media per rendere il tuo piano tariffario più conveniente?
- Hai mai provato a fare un qualsiasi simile confronto?
- Ti puoi immaginare che sia possibile fare un confronto più accurato dei piani tariffari con l'aiuto di nozioni matematiche?
- Cercherai un piano tariffario differente?
- Cerca di individuare un piano tariffario che soddisfi meglio le esigenze dei membri del tuo gruppo.
- Prepara un nuovo piano tariffario che sarebbe ideale (e realistico!) per tutto il gruppo.
- Sei soddisfatto dell'esperienza didattica? Perché?
- Perché, secondo te, il vostro insegnante vi ha proposto questa attività?
- Fai una relazione sull'attività.

### **La sessione con i docenti in formazione**

I docenti in formazione hanno lavorato a coppie. I formatori hanno dato loro diversi piani tariffari differenti (disponibili su Internet) per telefonate da cellulari, da

confrontare. Ai docenti in formazione è stato poi chiesto di individuare il piano tariffario più conveniente per il loro utilizzo medio del telefono cellulare.



**Docenti in formazione al lavoro in coppie**

All'inizio, i docenti in formazione hanno individuato variabili differenti da prendere in considerazione per la matematizzazione del problema e ne hanno fatto una lista sulla lavagna. La complessità del problema è emerso abbastanza facilmente. Dopo essersi messi d'accordo sulle variabili da prendere in considerazione, facendo così un uso parziale delle informazioni disponibili nei piani tariffari e modificandole parzialmente, il loro confronto è stato abbozzato sulla lavagna, tramite grafici cartesiani.

Considerando i percorsi universitari dei docenti in formazione (lauree in materie scientifiche, ma non in matematica), si è chiaramente vista la necessita di migliori conoscenze, specialmente di certe nozioni matematiche e statistiche. I formatori, pertanto, hanno fornito loro, sul momento, alcune informazioni di base necessarie per svolgere il compito che i docenti in formazione stavano per affrontare.

Ai docenti in formazione è stato poi chiesto di pensare ad una possibile struttura di un'attività didattica su questo argomento in una scuola secondaria inferiore. Dopo un lungo ed approfondito dibattito, prima nei gruppi e poi nell'intera classe, due coppie di docenti in formazione si sono messi d'accordo per preparare e sperimentare un'attività didattica e di farne poi una relazione alla classe.

Alla fine della sessione, i formatori hanno dato ai docenti in formazione degli altri piani tariffari ed esempi di possibili questioni matematiche che scaturiscono dalla loro applicazione.

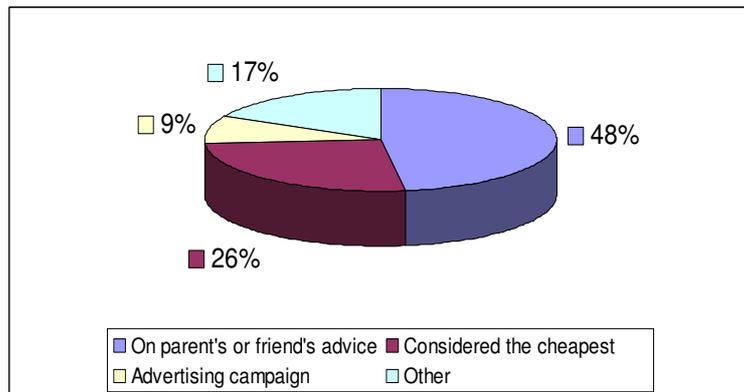
### **La sessione in aula**

Prima di sperimentare la proposta a scuola, le due coppie di docenti in formazione si sono incontrate, hanno riflettuto sulle attività nella sessione di formazione e si sono messi d'accordo di introdurre il problema in maniera migliore, motivante - somministrare agli alunni delle due classi un questionario riguardo al loro uso dei telefoni cellulari. Agli alunni è stato anche chiesto del ruolo dei loro genitori nel fare le scelte riguardo ai cellulari ed il loro comportamento. L'analisi delle risposte date nelle classi ha mostrato come fosse scarsa la consapevolezza, da parte degli alunni, del costo effettivo delle loro chiamate e delle differenti variabili che influiscono su

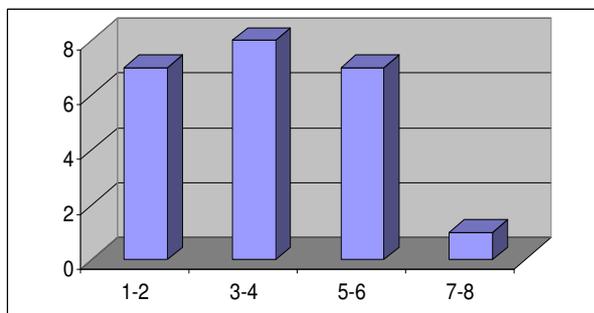
esso. E di più, come scarso fosse il loro interesse a cercare un piano tariffario che fosse più adatto alle loro esigenze. L'analisi del questionario è stato supportato dall'utilizzo del software Excel.

Dopo, agli alunni sono stati dati piani tariffari che i docenti in formazione avevano adattato per lo specifico contesto educativo, in modo che potessero essere più facilmente interpretati ed usati per l'attività di problem-solving. Gli alunni hanno lavorato in coppie.

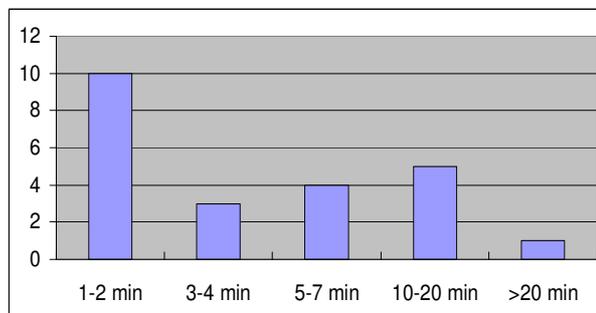
Nozioni matematiche e statistiche sono state usate (vedi *Obiettivi*) principalmente nella costruzione dei grafici e nell'analisi delle differenti esigenze ed abitudini mostrate dagli alunni nelle loro risposte. Differenti tipi di grafici sono stati usati per l'analisi statistica, come mostrato nelle figure qui sotto:



**Motivazione per la scelta del piano tariffario**



**Numero medio di chiamate per giorno/alunno**



**Durata media delle chiamate/alunni**

Il ruolo e l'importanza delle approssimazioni numeriche e dei differenti momenti di loro applicazione, quando si calcolano i costi necessari per il confronto dei piani tariffari, sono emersi chiaramente, come riportato da un docente in formazione: alcuni alunni hanno approssimato i numeri alla fine, dopo aver fatto i calcoli usando sempre valori non approssimati, alcuni altri hanno approssimato subito i numeri ottenuti ed hanno fatto uso di questi valori approssimati per i calcoli successivi. È stato bello mostrare, durante la discussione in aula, come tali differenze hanno potuto implicare una differente valutazione del piano tariffario più conveniente.



### Approssimazioni in momenti differenti

La sperimentazione ha anche mostrato che è possibile introdurre la nozione di progressione aritmetica anche nelle scuole secondarie inferiori (vedi tabella e grafici qui sotto).

Minuti	Scatto alla risposta $y = 0,15 + 0,002 \cdot x$	No scatto alla risposta $y = 0,004 \cdot x$
0	0,150	0,000
1	0,152	0,004
2	0,154	0,008
3	0,156	0,012
4	0,158	0,016
5	0,160	0,020
6	0,162	0,024
7	0,164	0,028
8	0,166	0,032
9	0,168	0,036
10	0,170	0,040
11	0,172	0,044
12	0,174	0,048
13	0,176	0,052
14	0,178	0,056

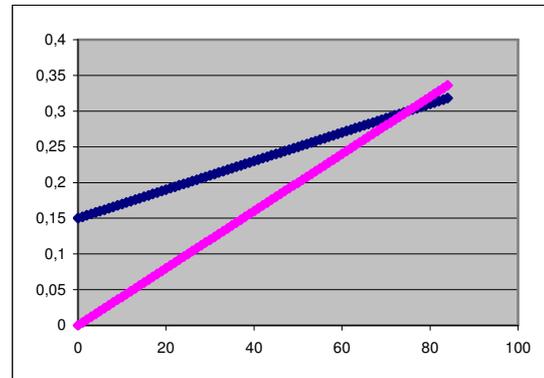
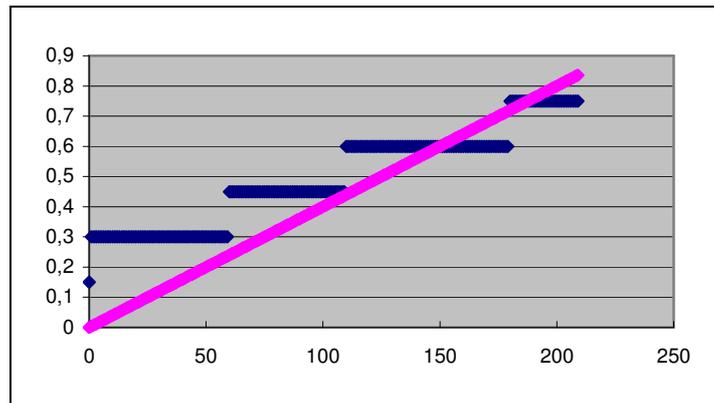


Tabella 1: Progressioni aritmetiche e loro rappresentazioni grafiche

Le nozioni di funzione lineare e di funzione a scalini sono state illustrate tramite le loro rappresentazioni grafiche (vedi grafici qui sotto), rendendo così possibile per ogni alunno una migliore valutazione, in relazione all'uso medio individuale del cellulare, del vantaggio della scelta di una tariffa basata, per esempio, sulla proporzionalità fra costo e tempo, invece di un piano tariffario basato su unità di tempo, o viceversa.



Confronto di tariffe (funzione lineare vs. funzione a scalini)

È importante dire che, come previsto, alcuni alunni hanno trovato estremamente difficile usare coordinate cartesiane con unità di misura differenti per le  $x$ ,  $y$ .

### Feedback per i docenti in formazione

Dopo la sperimentazione, i quattro docenti in formazione si sono incontrati di nuovo per riflettere sull'esperienza e preparare la relazione per gli altri docenti in formazione. Per questo, hanno anche guardato le registrazioni video fatte durante le attività in classe. Per evitare che gli alunni si sentissero a disagio con un altro adulto in aula, le lezioni sono state video registrate da uno degli alunni.

È stato concordato che, oltre ai due formatori ed a tutti i docenti in formazione, anche due alunni avrebbero partecipato alla sessione di feedback.

I quattro docenti in formazione hanno presentato la sperimentazione a scuola, hanno fatto commenti ed osservazioni, ed hanno mostrato le più importanti video-clip riprese nelle classi. Sono state presentate per la discussione la maggior parte dei risultati della sperimentazione sopra descritti.

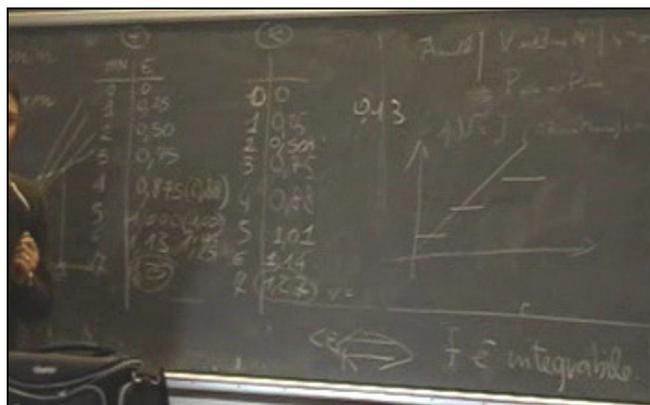


Tabelle e grafici durante la relazione dei docenti in formazione

Sfortunatamente, non sorprendentemente, mentre i due alunni hanno partecipato attivamente alla discussione, i docenti in formazione che non avevano fatto la sperimentazione hanno partecipato al dibattito solo in modo occasionale.

È un dato di fatto che i due alunni hanno mostrato subito di sentirsi a proprio agio nel nuovo (per loro) contesto educativo. A parte alcuni commenti interessanti ed il generale apprezzamento della proposta che essi avevano attivamente contribuito a

sperimentare, gli alunni hanno esplicitamente detto di essere rimasti tutti sorpresi, nella classe, per la grande quantità di matematica collegata ad un problema che era ritenuto facile e, per conseguenza, per la sua complessità. Come previsto, i docenti in formazione hanno riconosciuto la possibilità di utilizzare la proposta anche in una scuola secondaria superiore. Questo uso consentirebbe l'introduzione di ulteriori nozioni matematiche e la produzione di esempi nel campo, ad esempio, della programmazione lineare e dell'ottimizzazione.

Dopo la sessione di feedback, i quattro docenti in formazione si sono incontrati di nuovo e, facendo pieno uso dell'attività di sperimentazione, hanno sviluppato ulteriormente la relazione presentata alla classe in formazione, strutturandola, in maniera indipendente e con commenti ed osservazioni personali aggiuntive, nella forma di *Unità di Apprendimento*. Questa è una metodologia didattica recentemente introdotta dalla riforma della scuola italiana. Queste Unità di Apprendimento sono state usate dai quattro docenti in formazione come parte del loro lavoro da valutare durante l'esame alla fine del corso di formazione.

## La terza sperimentazione

di Catherine Taveau \*

### Presentazione della classe

La classe è composta di 22 alunni di 14 e 15 anni. È composta di 11 ragazze e 11 ragazzi. È una classe del quarto anno di scuola secondaria in Francia.

### Competenze ed obiettivi

- Organizzare, in modo intelligente, calcoli con grandezze numeriche (calcoli esatti od approssimati). Usare in maniera avveduta un calcolatore, un foglio elettronico ed un software grafico.
- Investire le conoscenze sulla proporzionalità usando una situazione di vita reale dove il modello proporzionale può essere messo in questione.
- Rappresentare dati numerici con un diagramma a barre; in un sistema di coordinate: scelta delle coordinate, delle scale, delle unità, dei modi di rappresentazione dei suddetti dati numerici.
- Usare una lista specifica di termini: ascissa, ordinata, rapporto di proporzionalità, diagramma ...
- Proporre una situazione sia di rilievo dal punto di vista matematico che familiare per gli alunni, per motivare l'uso della lingua e dell'algebra, in particolare delle funzioni lineari, delle equazioni lineari e delle disequazioni.

---

\* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Paris, Francia.



- Introdurre gli alunni alle funzioni lineari tramite lo studio e la scrittura di formule letterali: posizione e ruolo delle lettere, del segno di uguaglianza, di un'espressione letterale.
- Lavorare in gruppo: ascoltare / scambiare / mettere in comune / produrre.

## Scenario

Cinque contratti telefonici a costo fisso: 2 ore e sms

Compagnia 1: 36 €, 100 sms inclusi e poi 0,07 € per sms

Compagnia 2: 29 €, e poi 0,12 € per sms

Compagnia 3: 36,5 €, e poi 0,10 € per sms

Compagnia 4: 21,85 €, e poi 0,09 € per sms

Compagnia: 19,90 €, e poi 0,09 € per sms

Tre utenti:

David: 1 ora e 600 sms

Marie: 2 ora e 200 sms

Simon: 1 ora 30 minuti e 60 sms

Cinque gruppi:

La classe è divisa in cinque gruppi di quattro o cinque alunni, di capacità mista, rappresentanti le cinque compagnie di telecomunicazioni. Ciascun gruppo ha una cartellina della compagnia con i seguenti documenti:

- Un breve slogan pubblicitario che descrive il contratto a prezzo fisso proposto dalla compagnia di telecomunicazioni.
- Esempi di diagrammi e grafici.
- Appunti di ricerche individuali fatte dagli alunni due settimane prima.
- Fogli di carta millimetrata.
- Un foglio lucido trasparente millimetrato.

## Svolgimento dell'attività in classe

La sessione ha avuto luogo il venerdì per due ore ed il lunedì per un'ora:

L'insegnante ha formato cinque gruppi.

**Venerdì.** L'insegnante presenta il tema ed il titolo del lavoro "Studio del contratto telefonico a prezzo fisso".

Immediatamente alcuni alunni propongono alcune compagnie telefoniche ed i loro prezzi abituali.

L'insegnante dà le consegne oralmente:

*All'inizio* ciascun gruppo deve confrontare le bollette telefoniche di tre utenti riferendosi alla compagnia telefonica rappresentata dal gruppo. I risultati saranno presentati sotto forma di diagramma a barre sul lucido millimetrato.

L'insegnante scrive allora le consegne sulla lavagna.

La prima fase dura circa 35 minuti. Le prime discussioni riguardano il significato del verbo "confrontare", dell'uso della carta millimetrata, della scelta delle grandezze, delle unità e dei grafici. Tutti gli alunni usano le loro calcolatrici in modo sistematico. Viene discusso il significato delle operazioni e dei risultati, in particolare l'uso del calcolo approssimato, e per alcuni gruppi del trattamento proporzionale, oppure no, per calcolare i costi dell'uso del telefono da parte di David e Simon.

*Dopo*, due alunni di ogni gruppo presentano i loro costi ed i loro risultati su un lucido millimetrato, con una lavagna luminosa. Alla fine di ciascuna relazione, inizia una discussione fra il gruppo e la classe. Questa seconda fase dura 15 minuti.

*Alla fine*, ciascun gruppo classifica le cinque compagnie telefoniche, dalla compagnia meno costosa alla più costosa, per ciascun utilizzatore. I risultati saranno presentati in un sistema di coordinate. L'asse X mostrerà il numero di sms inviati e l'asse Y l'ammontare delle bollette telefoniche, in €. A ciascun gruppo vengono date quattro copie del sistema di coordinate. Alla fine dell'attività sarà richiesta solo una di queste quattro copie.

Gli scambi ed il lavoro sono organizzati in maniera più efficace. Per eseguire le consegne è necessario, in ciascun gruppo, condividere i risultati. Questa attività dura 20 minuti.



Gli alunni lavorano in gruppi

**Lunedì.** Per 40 minuti, in ciascun gruppo, gli alunni affrontano molte questioni che provocano contrasti o consensi.

- Come meglio distribuire fra loro i calcoli? È possibile fare l'arrotondamento dei risultati? È necessario prendere in considerazione l'uso del telefono per le chiamate o solo gli sms?



- Che tipo di grafico usare? Quale direzione dare al sistema di coordinate dato dall'insegnante? Si deve o no unire i punti messi sul foglio millimetrato? Quale unità sull'asse X? E sull'asse Y?
- Come fare per distinguere, in uno stesso sistema di coordinate, le compagnie telefoniche dagli utenti? Usare colori, codici, legenda o no?

## Bilancio

*In ciascun gruppo, il lavoro matematico è stato organizzato in due direzioni: i quindici calcoli e le rappresentazioni grafiche. La distribuzione dei compiti e la gestione del tempo sono state specifiche per ciascun gruppo.*

*Al termine di queste due sessioni, molti alunni hanno manifestato la loro soddisfazione descrivendo il lavoro come un "argomento nuovo ed interessante, non solo riguardo alla matematica, lontano dalle radici quadrate", "ci si aiuta meglio".*

*I vari grafici e lavoro fatto dai cinque gruppi hanno mostrato una riflessione matematica importante e buoni risultati. Comunque, i processi cognitivi matematici usati dagli alunni sono, come è naturale, più numerici che algebrici. Così, per abituarti alle funzioni lineari è necessaria un'ulteriore sessione. Allora si svilupperà, in particolare, il linguaggio algebrico, rendendo necessario ed utile produrre e manipolare formule letterali. Così, il passo successivo a questa iniziativa deve condurre gli alunni all'identificazione delle due parti di un'espressione algebrica – "procedurale" e "strutturale".*

*Olivier Arrouch, insegnante della classe.*

## Conclusioni

di Annette Jäpelt

L'argomento è stato scelto perché è una parte di rilievo della vita quotidiana degli alunni. Gli alunni sono pertanto motivati al problem-solving e possono essere capaci di trasferire le conoscenze matematiche in maniera più facile di quando la matematica viene loro insegnata solo attraverso i libri di testo.

Il confronto di differenti piani tariffari disponibili per telefonate da cellulari è un tema naturale anche per alunni di scuola secondaria inferiore. Facendo il confronto, gli alunni raramente sostengono le loro opinioni con un ragionamento che possa, anche non volendo, essere posto in relazione con una descrizione grafica dei piani tariffari che stanno considerando. Difficilmente capiscono che, per un qualsiasi confronto corretto, sono necessarie diverse nozioni matematiche. Mentre alcune di queste sono già disponibili, altre ancora necessitano di essere introdotte.

Lo schema generale della sperimentazione nelle due prime Istituzioni è mostrato nell'introduzione. A Parigi la sperimentazione è consistita in una parte di questo schema, la sperimentazione nella classe.

Il confronto sarà fatto fra le due prime Istituzioni, quando sono coinvolti solo i formatori ed i docenti in formazione, ed include Parigi, quando sono coinvolti gli alunni.

## **Il quadro comune per la sperimentazione**

### ***La sessione con i docenti in formazione***

- Presentazione della proposta per i docenti in formazione
- I docenti in formazione ricevono o trovano da soli diversi piani tariffari
- Viene loro richiesto, in gruppi, di preparare una proposta didattica per alunni
- In questi gruppi discutono sul modo migliore di introdurre e svolgere la lezione per gli alunni
- Queste proposte sono presentate agli altri gruppi
- Vengono scelti alcuni docenti in formazione per la sperimentazione in aula

### ***La sessione in aula***

- Introduzione
- A ciascun gruppo vengono dati diversi piani tariffari per telefonate da cellulari
- Ai gruppi viene chiesto di confrontare differenti piani tariffari
- Il confronto richiede loro dei calcoli ed una visualizzazione sotto forma di diagramma a barre o di grafico di una funzione lineare
- Presentazione agli altri gruppi

## **Differenze nella sperimentazione**

- Le nozioni matematiche in gioco: in Skårup la nozione di variabile è stata usata nella trattazione del problema e gli alunni hanno disegnato a mano un diagramma a barre.
- Nelle altre due Istituzioni pilota l'argomento è servito come introduzione o consolidamento di concetti matematici come funzione, grafico di una funzione, proporzionalità diretta, equazione di una retta ed uso di un foglio elettronico durante la trattazione.
- L'uso di un foglio elettronico è un'ottima idea: si possono cambiare le variabili e vedere rapidamente cosa succede, cosa che è utile qui con un gran numero di variabili.
- Nella seconda Istituzione pilota sono stati anche introdotti concetti statistici di base.

## **Osservazioni conclusive**

L'argomento offre una varietà di possibilità di utilizzo di competenze matematiche nel problem-solving. È possibile scegliere quanto debba essere complicato il problem-solving, decidendo quante variabili debbano essere introdotte.



Se dovessero essere davvero sviluppate le competenze nel trattamento e modellizzazione di problemi, è importante consentire agli alunni di sviluppare le proprie strategie da soli, senza interferire con loro più di quanto sia assolutamente necessario.