

I MIEI NUMERI FORTUNATI

di Marie Hofmannová e Jarmila Novotná*

INTRODUZIONE

La seguente unità didattica è una parte del progetto LOSSTT-IN-MATH ed è stata sperimentata nel corso CLIL (Content and Language Integrating Learning, i.e. apprendimento integrato di una materia e di una lingua) presso la Facoltà di Scienze dell'Educazione della Univerzita Karlova di Praga (Novotná, Hofmannová, 2000). Questo corso di formazione iniziale degli insegnanti, della durata di due semestri, è rivolto a studenti del terzo anno. È svolto in maniera seminariale, 90 minuti alla settimana, con molte attività condotte in forma laboratoriale.

Il corso è condotto da due docenti formatori, uno specializzato in educazione matematica ed uno in metodologia dell'insegnamento della lingua inglese. Durante la sperimentazione del progetto LOSSTT-IN-MATH il corso CLIL è stato frequentato da quindici insegnanti in formazione.

Il corso è stato inizialmente progettato per la formazione di futuri insegnanti di matematica ed inglese. È condotto in inglese. Indipendentemente da questo, frequentano il corso anche studenti – futuri insegnanti di altre materie non linguistiche e di altre lingue. Questa particolarità arricchisce il corso nella prospettiva multilingue. Il corso associa la teoria pedagogica e la pratica didattica, portando gradualmente gli studenti dall'osservazione della lezione alla padronanza del vocabolario specifico della disciplina e delle specifiche conoscenze ed abilità CLIL. Questo è seguito da attività di micro-insegnamento fra pari basato su una varietà di materiali (ad es. libri di testo, protocolli preparati dagli studenti) e concluso da un modulo di insegnamento in situazione di classe reale.

Il contenuto matematico comprende la matematica per i livelli secondari inferiore e superiore e riflette sia la matematica insegnata nel sistema pubblico di istruzione nella Repubblica Ceca che alcuni aspetti della sperimentazione bilingue condotta in alcune scuole secondarie superiori appositamente scelte. Dal punto di vista linguistico, lo scopo di attuare il CLIL è fornire agli alunni una maggiore esposizione alla lingua. Ciò che CLIL offre agli allievi di qualunque età è una situazione naturale per lo sviluppo della lingua basato su altre forme di apprendimento.

Al fine di sperimentare le proposte del progetto LOSSTT-IN-MATH, abbiamo scelto unità didattiche che sembravano compatibili con il contenuto del nostro corso. L'attività *Numeri Fortunati* è stata inclusa fra le attività di ricerca proposte dalla Western Australian Mathematical Association e, dopo, modificata per associare l'insegnamento della matematica e della lingua straniera.

*Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, Repubblica Ceca.

La sperimentazione principale

di Marie Hofmannová e Jarmila Novotná

TESTO ORIGINALE

“Scegliete un numero. Fate il quadrato di ciascuna delle sue cifre e sommate i quadrati, così da ottenere un secondo numero. Fate il quadrato delle cifre del secondo numero e sommate i quadrati così da ottenere un terzo numero. Proseguite in questo modo così da ottenere una successione. Se la successione arriva a 1, il numero originario è detto fortunato. Altrimenti è detto sfortunato.”

1. Argomenti matematici da sviluppare

Aritmetica ed applicazione di algoritmi

2. Obiettivi

Per i formatori

- Guidare i docenti in formazione dalla teoria alla pratica.
- Far sviluppare ai docenti in formazione una lezione basata su un problema preso da un libro di testo.
- Fornire istruzioni ed un feedback.

Per i docenti in formazione

- Studiare strategie di soluzione/apprendimento.
- Sviluppare un'attività didattica.
- Preparare il proprio materiale didattico.
- Insegnare fra pari.
- Insegnare in aula.

Per gli alunni di scuola secondaria

- Fare l'esperienza dell'insegnamento di contenuti matematici tramite la lingua inglese.
- Rendere il problem solving più efficace tramite la scoperta di regolarità.
- Esercitarsi nell'addizione e moltiplicazione di numeri naturali.

3. Descrizione dell'attività

Le attività di formazione sono state programmate in cinque fasi, cioè cinque settimane. Le fasi 1, 2, 3 e 5 sono state svolte durante il corso CLIL (sessioni di 45 minuti), la fase 4 nella scuola secondaria (una lezione di 45 minuti).

Fase 1: I docenti in formazione

- Risolvono il problema e confrontano le differenti procedure risolutive.



- Discutono riguardo alle conoscenze ed abilità necessarie per ciascuna soluzione (dal punto di vista degli alunni sia per la matematica che per l'inglese come lingua straniera).
- Lavoro a casa per la fase 2: I docenti in formazione preparano la prima bozza per un'attività didattica (insegnamento in team/fra pari).

Fase 2: I docenti in formazione

- Insegnano una fase della loro attività didattica (insegnamento in team/fra pari).
- Fanno un'analisi delle loro esperienze di insegnamento.
- Suggestiscono cambiamenti e scelgono le migliori idee per la bozza finale dell'attività didattica
- Lavoro a casa per la fase 3: Lavoro di gruppo – il gruppo 1 prepara lo schema finale dell'attività didattica, i gruppi 2 e 3 preparano i materiali ed i sussidi didattici necessari.

Fase 3: I formatori

- Controllano e discutono con i docenti in formazione la bozza finale dell'attività didattica ed i materiali e sussidi didattici.
- Scelgono con i docenti in formazione due di loro che andranno a tenere la lezione in una classe vera.

Fase 4: Nella scuola secondaria

- I due docenti in formazione svolgono una lezione di 45 minuti. Gli altri docenti in formazione osservano, prendono appunti e filmano la lezione.

Dopo la lezione:

- I docenti in formazione ricevono un feedback immediato dagli alunni (circa 5 minuti).
- Discutono insieme agli altri docenti in formazione ed ai formatori sullo svolgersi della lezione (circa 10 minuti).

Fase 5: I docenti in formazione ed i formatori

- Guardano la registrazione video.
- Riflettono sull'esperienza didattica in classe.

I formatori

- Valutano e giudicano i docenti in formazione facendo uso del materiale per la valutazione ed il giudizio dei docenti in formazione durante la pratica didattica.

4. Compiti

a) Compiti per i docenti in formazione

- Quali pre-conoscenze sono richieste per risolvere il problema?
- Considerate numeri di partenza differenti. A quali differenti tappe le successioni eventualmente terminano? Quante tappe ci sono?



- Cercate modi di utilizzare una successione per completare le altre.
- Provate a disegnare un diagramma per mostrare in che relazione stanno i numeri fra loro.
- Potete prevedere in anticipo quale numero sarà fortunato/sfortunato?
- Quali tipi di numeri danno successioni che sono uguali eccetto che per il primo numero?
- Provate con alcuni numeri a tre o quattro cifre.
- Qual è la proporzione di numeri fra 1 e 50 che sono fortunati/sfortunati?
- I numeri dispari sono fortunati più spesso dei numeri pari?
- Provate a vedere con la somma del cubo delle cifre dei numeri.
- Esaminate i compiti matematici precedenti dal punto di vista dell'insegnante.
- Discutete la prima e la terza parte della proposta: Qual è il modo ottimale di raggruppare gli studenti?
- Ampliereste ciò che dice l'insegnante? Come?
- Qual è la proporzione fra il lavoro dello studente e dell'insegnante?
- Qual è la scansione temporale ottimale per questa attività? Indicate delle quantità.
- Esaminate gli aspetti di gestione del compito dal punto di vista degli allievi, per es. l'aspetto ripetitivo, la proporzione fra lavoro orale/scritto, la ripartizione dei ruoli.
- La matematica insegnata in una lingua straniera: Scrivete una traduzione del compito.

b) Compiti per gli alunni (presentazione del contesto)

- Fai una lista di numeri considerati fortunati dalla tua famiglia e dai tuoi amici, dandone la motivazione.
- Risultati di nostre ricerche mostrano che per persone differenti sono considerati fortunati numeri differenti. Un numero fortunato di qualcuno potrebbe essere sfortunato per qualcun altro.
- Questo, comunque, non dovrebbe accadere in matematica. Definiamo un numero fortunato come segue: "Scegli un numero. Fai il quadrato di ciascuna delle sue cifre e somma i quadrati così da ottenere un secondo numero. Fai il quadrato delle cifre del secondo numero e somma i quadrati così da ottenere un terzo numero. Prosegui in questo modo così da ottenere una successione. Se la successione arriva a 1, il numero originario è detto fortunato. Altrimenti è detto sfortunato."
- Trova tutti i numeri fortunati da 1 a 99.

5. La sperimentazione

a) Nel corso di formazione

Analisi a priori del testo

- Discutere possibili soluzioni matematiche.
- Prevedere problemi metodologici.

Preparazione della lezione [*questa fase è stata video registrata da un formatore*]

- I formatori ed i docenti in formazione discutono in lingua ceca come meglio preparare il micro-insegnamento fra pari. Assegnano i ruoli e preparano la prima bozza dell'attività didattica.
- Insegnamento in team fra pari, in inglese: Una fase della lezione proposta è insegnata da due docenti in formazione, mentre gli altri svolgono il ruolo di alunni. Un formatore prende appunti sulla lavagna per un'ulteriore discussione.



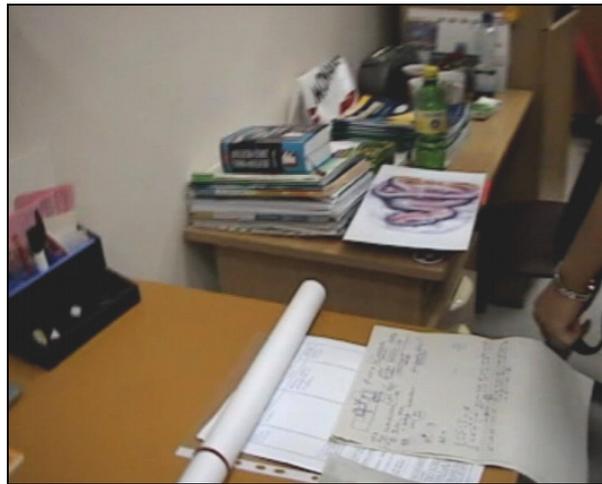
- I formatori ed i docenti in formazione analizzano le esperienze di insegnamento in inglese basandosi sugli appunti sulla lavagna. Vengono proposti commenti e suggerimenti per la lezione nella classe vera. Viene determinata la finalità della lezione sia per la matematica che per l'inglese.
- Matematica – strategie risolutive.
- Inglese come lingua straniera – conversazione matematica.
- I docenti in formazione si dividono in gruppi e decidono chi preparerà la bozza finale dell'attività didattica e chi lavorerà alla preparazione del materiale didattico (ad es. illustrazioni, glossario) e discutono dei sussidi didattici necessari.

b) Nell'aula

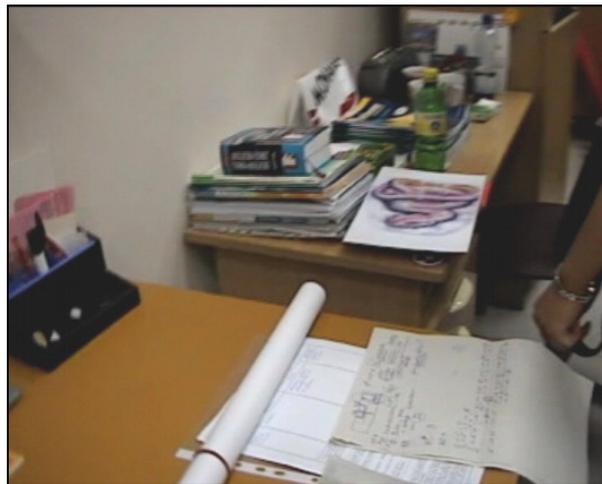
Città di Kladno, scuola secondaria inferiore, lezione opzionale, 8 alunni, 15 anni di età, l'insegnante di classe, uno dei formatori, 45 minuti.

Lo svolgimento della lezione [*questa fase è stata video registrata da uno dei formatori*]

- Nell'aula insegnanti: Controllo dell'attività didattica, dei materiali e dei sussidi didattici.



- Nell'aula:
 - Introduzione: L'insegnante motiva gli alunni in inglese: fortuna vs. sfortuna.
 - L'insegnante presenta dei supporti visivi – sei immagini: Agli alunni viene chiesto di descriverle, l'insegnante suscita risposte dagli alunni.



- Maggiori informazioni da parte degli alunni, non collegate alle immagini, l'insegnante scrive sulla lavagna: numeri fortunati/sfortunati.
- L'insegnante presenta un problema: La sua data di nascita è un numero fortunato o sfortunato?
- Comprensione in ascolto: L'insegnante narra la storia di un regno – numeri fortunati.

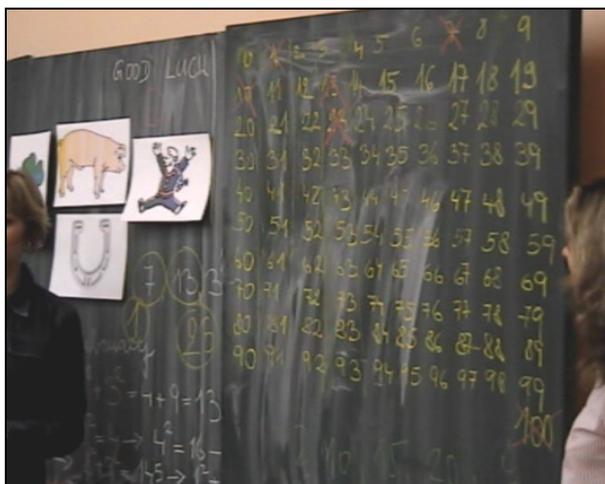


- L'insegnante introduce un linguaggio matematico semplice in inglese.
- Introduzione della procedura.



(Esempio: $2 \rightarrow 4 \rightarrow 16 \rightarrow 37 \rightarrow 58 \rightarrow 89 \rightarrow 145 \rightarrow 42 \rightarrow 20 \rightarrow 4$)

- Pratica controllata: Gli alunni e l'insegnante scrivono alla lavagna. (Un problema simile: Febbraio, cioè il secondo mese, è fortunato o sfortunato?)
- Pratica libera: Gli alunni svolgono un'attività individuale, carta e penna. Il problema: I numeri che sono venuti fuori nella fase 3 sono fortunati o sfortunati? Feedback: Due alunni scrivono alla lavagna.
- Ulteriore pratica: lavoro individuale. L'insegnante pone il seguente problema: La tua data di nascita è un numero fortunato o sfortunato?
- Revisione del vocabolario inglese: i mesi. Ulteriore ricerca che collega all'argomento matematico: Il mese di nascita degli alunni è fortunato o sfortunato? L'insegnante suscita un feedback: I singoli alunni vengono avanti, scrivono alla lavagna e relazionano alla classe.
- L'insegnante riassume la lezione con gli alunni usando la tavola dei numeri sulla lavagna.



- L'insegnante conclude la lezione.

c) Nel corso di formazione

Analisi a posteriori – riflessione sulla lezione [questa fase è stata video registrata dal formatore]

La discussione è stata condotta in inglese ed è stata abbastanza libera. I punti discussi sono stati:

- analisi della lezione
- commenti
- osservazioni critiche
- suggerimenti per alternative.

Durante la discussione, la classe è passata spontaneamente alla lingua ceca perché entrambe le parti hanno trovato più facile esprimere in lingua madre le proprie sensazioni riguardo alla lezione.

Si è convenuto che l'esperimento è stato un vero successo. A seguito di ciò, come punto finale di discussione, uno dei docenti in formazione ha deciso di usare lo stesso materiale e l'attività didattica per svolgere una lezione in una scuola secondaria diversa usando una lingua straniera differente – lo spagnolo. Anche la sua esperienza di insegnamento è stata video registrata, questa volta da uno dei docenti in formazione.

6. Osservazioni conclusive

Il confronto e la contrapposizione delle due registrazioni video ha consentito di rendere consapevoli i docenti in formazione dei seguenti fatti:

- La personalità del docente gioca un ruolo importante perché le lezioni preparate sulla medesima attività didattica e con gli stessi materiali didattici si erano potute svolgere in modo differente per il differente stile di insegnamento.
- L'insegnamento in team è vantaggioso sia per gli insegnanti che per gli allievi.
- Una diversa lingua straniera di istruzione non costituisce ostacolo alcuno all'apprendimento.

LETTURE CONSIGLIATE

Bastow, B. et al.: *40 Mathematical Investigations*. The Mathematical Association of Western Australia.

Novotná, J., Kubínová, M. & Sýkora, V. (1998): *Matematika s Betkou 3*. Praha: Scientia.

Novotná, J. (2000): Objevujeme v matematice. Pracovní dílna. In: *Dva dny s didaktikou matematiky 2000*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, p. 49-53.

Novotná, J. and Hofmannová, M. (2000): CLIL and Mathematics Education. In: Rogerson, Alan. *Mathematics for Living. The Mathematics Education Into the 21st Century Project*. Amman, p. 226-230.

Pavesi, M., Bertocchi, D., – Hofmannová, M. and Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project (2001): *Insegnare in una lingua straniera*. General editor: Langé, G. Milan.

La seconda sperimentazione

di Jaroslava Brincková, Iveta Dzúriková e Pavel Klenovčan*

1. Argomenti matematici da sviluppare

Aritmetica ed applicazione di algoritmi per alunni di 13 -14 anni

2. Descrizione dell'attività

“Scegliete un numero. Fate il quadrato di ciascuna delle sue cifre e sommate i quadrati così da ottenere un secondo numero. Fate il quadrato delle cifre del secondo numero e sommate i quadrati così da ottenere un terzo numero. Proseguite in questo modo così da ottenere una successione. Se la successione arriva a 1, il numero originario è detto fortunato. Altrimenti è detto sfortunato. Distinguate fra le nozioni di essere fortunato e di avere fortuna. Prendete in esame dei numeri in un gruppo di discussione con l'aiuto di Internet.”

3. Obiettivi

Per i formatori

- Guidare i docenti in formazione dalla teoria alla pratica.
- Fornire istruzioni ed un feedback.

Per i docenti in formazione

- Matematica: Problem solving, procedure matematiche di indagine, generalizzazione.
- Metodologia: Uso di metodi di indagine in matematica. Sviluppare un'attività didattica, insegnamento fra pari, insegnamento in aula.

* Univerzita Mateje Bela, Pedagogická fakulta, Banská Bystrica, Repubblica Slovacca.

Per gli alunni

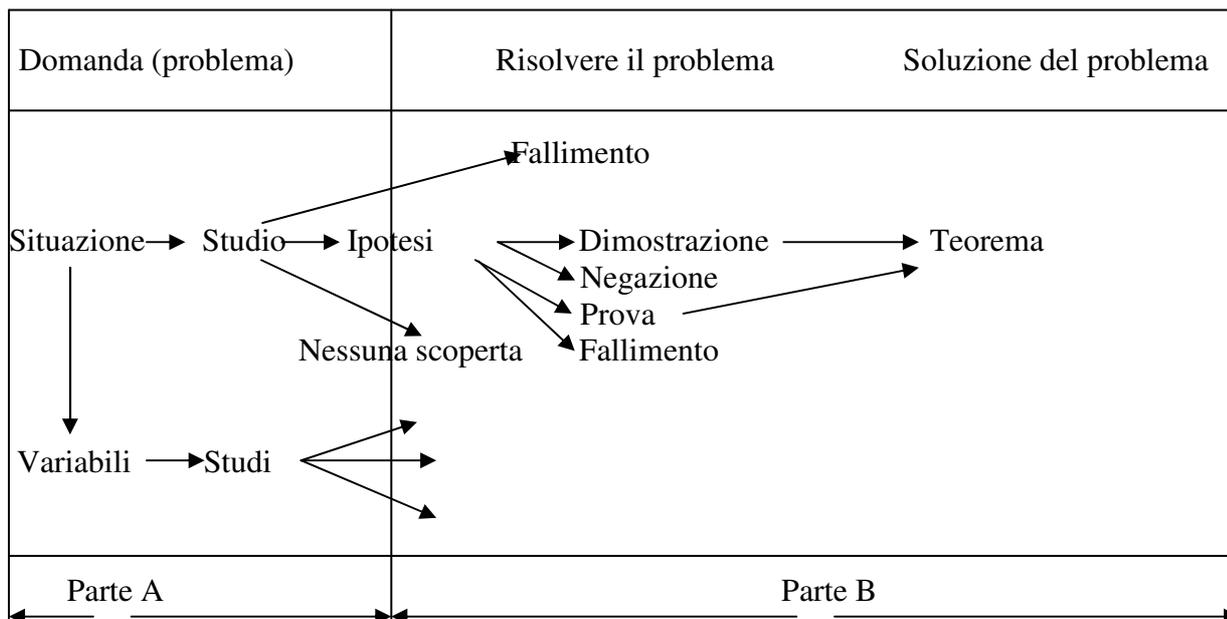
- Prendere in esame numeri sistemati in base a certe regole. Rendere il problem solving più efficace tramite la scoperta di regolarità.
- Esercitarsi nell'addizione e moltiplicazione di numeri naturali.
- Prendere in esame dei numeri in gruppi di discussione con l'aiuto di Internet [www.pdf.umb.sk/moodle/course/view.php?id=132].

4. Compiti

a) Compiti per i docenti in formazione

- Quali pre-conoscenze sono richieste per risolvere il problema?
- Considerate numeri di partenza differenti. A quali differenti tappe le successioni eventualmente terminano? Quante tappe ci sono?
- Cercate modi di utilizzare una successione per completare le altre.
- Provate a disegnare un diagramma per mostrare in che relazione stanno i numeri fra loro.
- Potete prevedere in anticipo quale numero sarà fortunato/sfortunato?
- Quali tipi di numeri danno successioni che sono uguali eccetto che per il primo numero?
- Provate con alcuni numeri a tre o quattro cifre.
- Qual è la proporzione di numeri fra 1 e 50 che sono fortunati/sfortunati?
- I numeri dispari sono fortunati più spesso dei numeri pari?
- Provate a vedere con la somma del cubo delle cifre dei numeri.
- Esaminate i compiti matematici precedenti dal punto di vista dell'insegnante.
- Discutete la prima e la terza parte della proposta: Qual è il modo ottimale di raggruppare gli studenti?
- Ampliereste ciò che dice l'insegnante? Come?
- Qual è la proporzione fra il lavoro dello studente e dell'insegnante?
- Qual è la scansione temporale ottimale per questa attività? Indicate delle quantità.
- Esaminate gli aspetti di gestione del compito dal punto di vista degli allievi, per es. l'aspetto ripetitivo, la proporzione fra lavoro orale/scritto, la ripartizione dei ruoli.
- La matematica insegnata in una lingua straniera: Scrivete una traduzione del compito.
- Spiegate l'ordine, indicato nel seguente schema, dei passi per la risoluzione dei problemi.

PROCEDURA DI PROBLEM SOLVING



- Distingui le nozioni di essere fortunato e di essere felice. Prendi in esame i numeri in gruppi di discussione con l'aiuto di Internet [www.pdf.umb.sk/moodle].

5. La sperimentazione

a) Nel corso di formazione

Università Mathias Bell in Banská Bystrica, Facoltà di Educazione, corso di Didattica della Matematica, matematica insegnata in inglese come lingua straniera.

19 docenti in formazione, 21- 22 anni di età, 3 formatori, insegnamento in team.

Orario: sessioni di formazione di 45 minuti, 5 settimane di seguito.

Analisi a priori del testo

- Discussione sulle possibili soluzioni matematiche.
- Preparazione della lezione [*video registrata*]
- Discussione in slovacco [L1]: Preparazione del micro-insegnamento fra pari. Attribuzione dei ruoli, preparazione della prima bozza dell'attività didattica.
- Insegnamento fra pari in team in inglese [L2]: L'insegnante di inglese del livello inferiore dell'ottavo anno della *grammar school* ha preparato la lezione sull'argomento "Il mio numero fortunato". I docenti in formazione hanno analizzato il video con particolare attenzione alla comunicazione matematica in inglese.
- Due docenti in formazione insegnano, gli altri giocano il ruolo di alunni, uno dei formatori prende appunti sulla lavagna.
- Analisi della simulazione della lezione [L2] con l'aiuto degli appunti sulla lavagna. Commenti e suggerimenti per la lezione vera, etc. Determinazione

della doppia finalità della lezione: Matematica – strategie risolutive, Inglese come lingua straniera – discorso matematico.

- Preparazione dell'attività didattica – fasi [L2].

b) Nell'aula

Nella città di Banská Bystrica, ottavo anno della Evangelical grammar school, livello inferiore, lezione opzionale, 28 alunni, 13 –14 anni di età, l'insegnante della classe, uno dei formatori, 45 minuti.

Lo svolgimento della lezione [*video registrato*]

- Nell'aula insegnanti: Controllo dell'attività didattica, dei materiali e dei sussidi didattici.
- Nell'aula:
 - Introduzione – L'insegnante motiva gli alunni [L2]: fortuna vs. sfortuna.
 - Supporti visivi – sei immagini: descrizione, l'insegnante suscita le risposte da parte degli alunni.
 - Maggiori informazioni da parte degli alunni, non collegate alle immagini, l'insegnante scrive sulla lavagna: numeri fortunati/sfortunati.
 - L'insegnante presenta un problema: La sua data di nascita è un numero fortunato o sfortunato?
 - Comprensione in ascolto: L'insegnante narra una storia su un regno – numeri fortunati.
 - L'insegnante introduce un semplice linguaggio matematico [L2+L3].
 - Introduzione della procedura.
 - Pratica controllata: Alunni ed insegnante alla lavagna. Un problema simile: Febbraio, cioè il mese 2, fortunato o sfortunato?
 - Pratica libera: Alunni – attività individuale con carta e penna. Problema: I numeri ottenuti nella fase 3 sono fortunati o sfortunati? Feedback: 2 alunni alla lavagna.
 - Pratica ulteriore: lavoro individuale. Problema: Data di nascita degli alunni – un numero fortunato o sfortunato?
 - Revisione del vocabolario [L2]: i mesi. Indagine ulteriore: mese di nascita degli alunni – un numero fortunato o sfortunato? Feedback: I singoli alunni alla lavagna, relazione alla classe.
 - Riepilogo: scoperta della regola usando la tavola dei numeri sulla lavagna.
 - Essere fortunato significa essere felice?
 - Problema a scelta: Esamina dei numeri nel gruppo di discussione con l'aiuto di Internet [www.pdf.umb.sk/moodle/course/view.php?id=132].
 - Conclusione della lezione.

c) *Nel corso di formazione*

Analisi a posteriori – riflessioni sulla lezione [video registrata]

Discussione libera [L2]: analisi della lezione, commenti, osservazioni critiche, suggerimenti per alternative.

Discussione libera [L1]: i docenti in formazione esprimono le loro impressioni sulla lezione.

LETTURE CONSIGLIATE

Brincková, J. (2002). 60 – alebo hry s číslami. In: Sborník příspěvků z mezinárodní konference na téma: “ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$?”, část 1. FP TUL Liberec 2002, p. 15-18, ISBN 80-7083-580 –X.

Kopka, J. (2004). Výskumný přístup v matematice. Ústí n. Labem: Acta Universitas Purkyniane.

Novotná, J., Kubínová, M. & Sýkora, V. (1998): Matematika s Betkou 3. Praha: Scientia.

La terza sperimentazione (all’Università di Parma, Italia)

di Lucia Doretti*

L’attività è stata coordinata da Daniela Medici e Maria Gabriella Rinaldi dell’Università di Parma, nell’ambito della SSIS (Scuola di Specializzazione per l’Insegnamento Secondario) durante le ore di lezione dedicate alla “Teoria delle situazioni” e si è articolata in tre incontri:

Primo incontro (due ore): Presentazione agli insegnanti in formazione della situazione problematica¹ e successivo lavoro di gruppo per l’analisi del problema e l’individuazione di strategie risolutive. Discussione delle proposte. Richiesta, per il successivo incontro, della stesura individuale di un’analisi a priori in vista della sperimentazione in classe.

Secondo incontro (un’ora): Discussione sulle proposte emerse dalle analisi a priori e individuazione delle classi per la sperimentazione.

Terzo incontro (un’ora): Presentazione delle sperimentazioni e discussione.

Note e commenti

Per gli alunni nelle classi

Si è trattata di un’esperienza che ha indotto a guardare ai numeri naturali con occhio diverso, cioè come “oggetti” con proprietà da scoprire e regolarità da studiare. L’attività, proposta sottoforma di gioco e di sfida, ha consentito agli allievi, divisi in

* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Università di Siena, Italia

¹ Cfr.: M. Hofmannova, J. Novotna – I miei numeri fortunati – Introduzione.

piccoli gruppi, un loro diretto coinvolgimento che ha fatto emergere interessanti osservazioni per “velocizzare” la ricerca dei numeri fortunati. La presa di coscienza della situazione problematica ha stimolato poi gli allievi verso la ricerca di numeri fortunati con tre o più cifre e ha acceso in loro la curiosità di arrivare ad una regola, ritenuta dai più sicuramente esistente, per individuare i numeri fortunati. È stato quindi piuttosto disarmante venire a sapere che, nel mondo matematico, non si conosce una tale regola, mentre essi si aspettavano che prima o poi sarebbe stata loro rivelata dai docenti. Gli allievi sono stati portati a riflettere sull’attività svolta, il cui valore è proprio quello di essere arrivati in modo autonomo, discutendo insieme e confrontandosi, a scoperte nuove e a riflessioni “sensate” sulle proprietà dei numeri, nonostante non disponessero di un “percorso” già tracciato. Quasi tutti gli allievi, compresi quelli generalmente meno motivati, hanno partecipato all’attività, anche se in taluni è rimasta una certa perplessità sull’utilità del lavoro fatto, dal momento che “non avevano imparato nessuna nuova regola di calcolo”.

Per i docenti in formazione

È stata l’occasione per riflettere sul fatto che, didatticamente, indagare tra le molteplici caratteristiche dei numeri naturali può non solo essere curiosità, divertimento e gioco, ma anche un primo passo verso la matematica della ricerca e della scoperta.

Gli insegnanti in formazione, chiamati ad affrontare il problema della ricerca dei numeri fortunati, si sono trovati a vivere l’esperienza dei loro allievi che, di fronte ad un problema nuovo, si trovano a doverne esplorare gli aspetti matematici e a ricercare strategie adeguate. Si sono resi conto di quanto tale fase sia indispensabile per la progettazione e la gestione dell’attività nelle classi.

L’aver poi messo a punto un piano di intervento in classe, pensato prima a livello individuale e poi discusso collettivamente, ha reso tutti più partecipi ed è stato un valido aiuto per coloro che direttamente hanno gestito la sperimentazione, come rivelato anche dall’analisi a posteriori. Nel raccontare ciò che era avvenuto nelle classi, gli stessi sperimentatori hanno evidenziato l’importanza, ma anche la difficoltà, della gestione della prima fase in cui gli allievi dovevano giungere a comprendere ed utilizzare correttamente la “definizione” di numero fortunato. Nel complesso essi hanno visto in questa esperienza un’occasione interessante per “sperimentare come una situazione a-didattica attiri l’attenzione e stimoli la curiosità dei ragazzi e possa creare in classe i presupposti per sviluppare un’attività matematica interessante”.

Per i formatori

L’attività si è inserita bene nell’ambito della “Teoria delle situazioni” come esempio di situazione a-didattica, ed è stata accolta con interesse dagli insegnanti in formazione. Si è osservato un buon coinvolgimento da parte di tutti dovuto al fatto che si lavorava e si discuteva insieme, poiché nessuno, compresi gli stessi formatori, aveva la “ricetta” e la “soluzione” a cui dover assolutamente arrivare. Sono così emerse molte osservazioni ed il clima che si è creato è stato veramente “costruttivo”.

Conclusioni

di Marie Hofmannová e Jarmila Novotná

Uno dei punti chiave nella formazione degli insegnanti è come stabilire e mantenere un buon equilibrio fra teoria e pratica, cioè fra le conoscenze dei futuri insegnanti da un lato e le loro capacità professionali pratiche dall'altro. Negli anni c'è stata una grande discussione su questo problema, con il confronto e la contrapposizione di numerosi differenti modelli educativi, con l'analisi e la valutazione dei loro risultati. Comunque, non si è ancora raggiunto un accordo o trovata la soluzione ideale.

I docenti di matematica in formazione che si iscrivono alle facoltà di educazione, o ad altre istituzioni di formazione degli insegnanti, hanno seguito corsi di matematica nelle scuole primarie e secondarie. Essi hanno acquisito non solo una consapevolezza più o meno estesa ed approfondita di nozioni e competenze matematiche, ma anche un'esperienza personale di insegnamento da parte dei loro docenti. L'esperienza precedente dell'insegnante ha un'influenza significativa sulla sua capacità empatica rispetto ai processi cognitivi degli alunni, che spesso si trovano nella necessità di avere a che fare con nozioni nuove, spesso sorprendenti, e con le loro proprietà e relazioni.

I nuovi materiali formativi pongono l'attenzione sulla sperimentazione, la raccolta di dati, l'osservazione, la scoperta di regole, la generalizzazione e la verifica di ipotesi. Tenendo conto della diversità degli stili di apprendimento, tali strategie didattiche promuovono anche l'approccio individuale al processo educativo.

L'attività proposta e sperimentata, chiamata *I miei numeri fortunati*, è rivolta ai futuri insegnanti di matematica e tenta di collegare le loro conoscenze ed abilità matematiche con la capacità professionale di insegnare la materia. Come mostrato nelle tre sperimentazioni, per i docenti in formazione l'attività offre sia l'opportunità di simulare situazioni che possono succedere nella classe, che una buona occasione di riflettere sugli atteggiamenti (consoci o inconsoci) nei confronti della matematica e sul modo di insegnarla.

La finalità iniziale dell'attività era di sviluppare la capacità degli alunni di fare una ricerca in matematica e di fare uso delle proprietà degli oggetti matematici trovate per ulteriori scoperte di proprietà dell'oggetto. Le tre sperimentazioni hanno mostrato per lo meno alcuni dei modi in cui sviluppare una situazione matematica semplice per una varietà di finalità ed obiettivi didattici. Guardiamo ora alle principali differenze nelle tre sperimentazioni. Gli aspetti comuni sono risultati evidenti dalla descrizione di ciascuna delle sperimentazioni e non è pertanto necessario entrare in altri dettagli. Sarà certamente più interessante per i lettori evidenziare le differenze.

Nella prima sperimentazione, che è stata fatta dalle autrici della proposta, è stata data particolare attenzione alla possibilità di effettuare l'attività nel corso che prepara i futuri insegnanti al *Content and Language Integrated Learning (CLIL)*, cioè all'insegnamento della matematica facendo uso dell'inglese come lingua straniera. Questo è il motivo per cui viene messa una grande enfasi sullo sviluppo delle

conoscenze ed abilità degli alunni sia nell'inglese, in generale, che nella terminologia matematica. La fase preparatoria nel corso di formazione degli insegnanti ed anche l'insegnamento nella classe reale riflettono questa necessità. I singoli passi preparatori mirano a trovare un equilibrio fra le due finalità ed a creare collegamenti significativi. I risultati della sperimentazione nella scuola secondaria e le successive discussioni, con i docenti in formazione che hanno partecipato a tutte le fasi, provano che l'attività ha loro reso possibile mettere in relazione la conoscenza sia dell'inglese che della matematica (che essi studiano all'università) con le abilità didattiche professionali necessarie per l'insegnamento della matematica e dell'inglese, ma principalmente per la matematica insegnata in inglese.

La seconda sperimentazione ha tratto spunto dallo schema predisposto originariamente, che era stato messo in atto nella prima sperimentazione, ed è stata delineata su tale schema, arricchendola in maniera significativa con due nuove idee: riflettere sulle possibili intersezioni nella procedura risolutiva mentre si ha a che fare con problemi (non solo) matematici e utilizzare Internet per scoperte matematiche. L'attività proposta è risultata essere un buon esempio nella formazione degli insegnanti e nell'insegnamento della matematica a scuola. Specialmente le scoperte tramite Internet sembrano essere un'esperienza nuova ed interessante per numerosi futuri insegnanti che cercano nuovi percorsi per il loro sviluppo professionale. Inoltre, questo potrebbe diventare un aiuto forte per motivare gli alunni ad un approccio attivo all'apprendimento.

Il processo di insegnamento/apprendimento può essere caratterizzato come una successione di situazioni (naturali o didattiche) che danno origine a modificazioni nel comportamento degli alunni che sono tipiche dell'acquisizione di nuove conoscenze. Tipiche di questo processo sono le cosiddette situazioni a-didattiche, in cui l'insegnante passa ai suoi alunni alcune delle sue proprie responsabilità rispetto al processo di apprendimento. Ciò significa, da parte dell'insegnante, delegare potere, per gli alunni acquisire controllo. Gli alunni stessi, senza l'intervento diretto dell'insegnante, analizzano e scoprono, creano un modello e controllano la sua correttezza ed utilità, oppure creano un modello diverso che essi considerano più utile, etc. La loro attività è controllata solo dall'ambiente di apprendimento e dalle loro conoscenze, non dall'attività didattica dell'insegnante. Ciascun alunno diventa responsabile del raggiungimento dei risultati richiesti. Il compito dell'insegnante è di agevolare tali situazioni ed istituzionalizzare l'informazione ottenuta dagli alunni. La conoscenza è ulteriormente utilizzata e sviluppata con l'aiuto dell'insegnante.

La terza sperimentazione ha mostrato come utilizzare l'attività *I miei numeri fortunati* per preparare futuri insegnanti a progettare situazioni a-didattiche ed il loro sviluppo. Anche qui i risultati sono stati eccellenti.

Riepilogando le esperienze tratte dalle sperimentazioni sopra descritte, possiamo dire che le strategie risolutive, con tutte le loro sotto-componenti, giocano un ruolo molto importante nella formazione dell'insegnante. Lo stesso è vero quando si usano strategie di scoperta con gli allievi della scuola. Le nostre esperienze confermano che quegli studenti che si abituano a tali strategie durante i loro studi saranno più aperti



ed inclini ad usarle dopo, nel loro insegnamento. Inoltre, essi non avranno paura delle difficoltà che potranno incontrare lavorando con gli alunni e saranno più aperti ad accettare stili di apprendimento personali, etc.

L'attività proposta non è stata assolutamente intesa come l'unica che possa essere di aiuto nel senso detto sopra. È semplicemente un esempio di un certo tipo di procedure utili e, allo stesso tempo, un percorso stimolante da seguire nella formazione degli insegnanti. È necessario tenere sempre in mente che la finalità principale di tali attività, compiti o doveri come *I miei numeri fortunati*, non è di far scaturire risposte soddisfacenti dalle domande dell'insegnante, ma di aiutare gli alunni a confrontare le loro precedenti conoscenze ed idee con le nuove proprie scoperte ed anche con le idee ed i risultati degli altri. Il compito degli insegnanti non è facile. Essi hanno bisogno di scoprire principi di acquisizione di conoscenze per preparare situazioni didattiche tali da rendere possibile agli alunni di accettare responsabilità per il proprio apprendimento.