

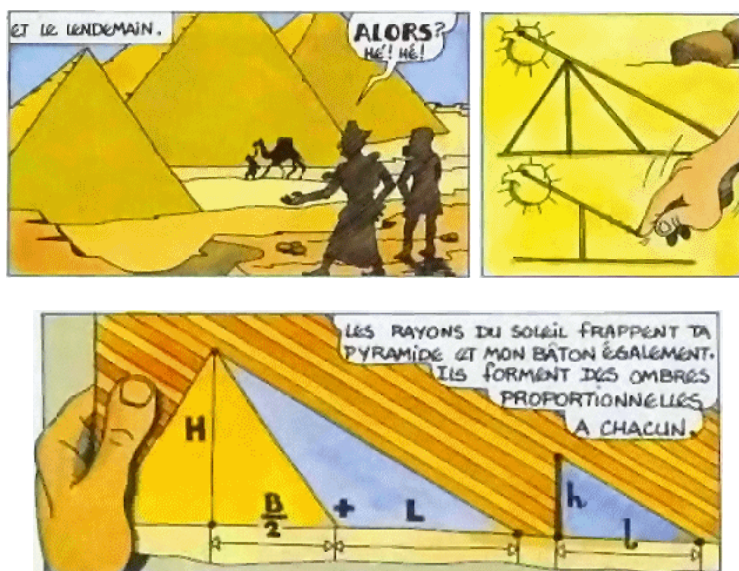
ÚVOD DO POMĚRU V GEOMETRII

Yves Alvez, Jean-François Chesné a Marie-Hélène Le Yaouanq*

ÚVOD

Toto téma spojuje tři základní aspekty výuky matematiky na 2. stupni. První aspekt je daný matematickým obsahem: jde o poměr, což je jeden ze základních kamenů znalostí žáků v matematice. Druhý aspekt je aspekt didaktický: jde o kombinaci geometrického rámce s numerickým kontextem. Třetím aspektem je využití zdrojů informací a integrace nových technologií. Kombinace a propojení těchto tří prvků je neoddělitelnou součástí celkového zaměření přípravy studentů na budoucí výuku.

Na samém počátku tento návrh pilotovali dvě partnerské instituce - IUFM v Creteil, vzdělávací centrum ve Francii, a Skårup Seminarium v Dánsku, externě byl experiment pilotován univerzitou v Bari v Itálii ve dvou 7. ročnících 2. stupně základní školy (žáci ve věku 12-13 let).



Slavná legenda o měření výšky egyptské pyramidy¹

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Créteil, Francie.

¹ Zdroj: http://irem.univ-poitiers.fr/irem/ressourc/histoire_math_college/4ieme/thales/doc_peda/doc_peda.htm.

Hlavní pilotáž

Yves Alvez, Jean-François Chesné a Marie-Hélène Le Yaouanq

UVEDENÍ NÁVRHU NA IUFM V CRETEIL

Tento návrh je experiment, který byl poprvé realizován v rámci výuky v IUFM v Creteil. Z celé řady výukových materiálů, které jsou k dispozici pro studenty učitelství matematiky, jsme pro projekt LOSSTT-IN-MATH vybrali úvod k výuce poměru v geometrii. Výběr tohoto materiálu dokládá snahu vedoucích semináře vytvořit takové výukové schéma, které kombinuje několik modulů, zohledňuje uplatnitelnost v projektu LOSSTT-IN-MATH a je dobrým výukovým nástrojem v samotném IUFM.

IUFM Creteil navštěvuje v jednom ročníku v průměru 50 až 80 studentů učitelství matematiky pro gymnázia a „lycea“ (PLC2). Výuka na této škole zahrnuje 42hodinový modul didaktiky (modul A). Cílem tohoto modulu je ve spolupráci s obecným didaktikem pomoci budoucím učitelům matematiky poznat učitelskou profesi a zlepšit jejich profesní dovednosti tím, že jsou jim poskytnuty vhodné učební nástroje a že se naučí provádět reflexi pedagogických a didaktických prvků (osnov, rozvržení učební látky, učebních postupů, hodnocení, vnímání rozdílných potřeb žáků, matematického obsahu, specifík práce v geometrii a algebře ...).

Výuka také zahrnuje modul geometrie, jehož cílem je utřídit znalosti, které studenti učitelství již nabyli. Tento modul by měl pomoci budoucím učitelům při zadávání úkolů a při řízení práce žáků, a to jak v sešitech, tak při práci s počítači. První tři semináře věnujeme zvládnutí softwarových dynamických geometrických programů (Geoplan-Geospace, Cabri); každý student učitelství získává možnost sestavovat obrazce, které se dynamicky zjevují, a naučí se pracovat s funkcemi specifickými pro daný software (podobnost, určení polohy, ověření vlastností, zkoumání funkcí odvozených od konkrétní geometrické situace atd.). V následujících dvou seminářích se formou klasické výuky vracíme k základním prvkům elementární geometrie a hledáme způsob, jak vytvářet a zadávat geometrické úlohy ve výuce. V posledních dvou nepovinných seminářích poskytujeme možnost objevit (nebo znovuobjevit) tři formy zobrazení v geometrii: perspektivu, podobnost a osovou souměrnost.

Jako v každém jiné výukové aktivitě pro studenty učitelství proběhnou popisy a reflexe ve dvou rovinách: nejprve se budeme věnovat komunikaci mezi vedoucím kurzu pro budoucí učitele a jeho studenty a později se na materiál podíváme z hlediska vysokoškolských pedagogů, kteří zkoumají metody práce budoucích učitelů a jejich možný vliv na žáky.

Nejprve proto upřesníme naše cíle a očekávání týkající se studentů učitelství, a pak představíme přípravný materiál tak, jak byl použit letos, tedy jak se vyvíjel od samého počátku až do konce. Poté bude následovat a posteriori analýza, kterou také popíšeme ve dvou úrovních: nejprve provedeme analýzu hodiny odučené studentem učitelství a později analýzu celého přípravného materiálu. Nakonec se zamyslíme nad

novými možnostmi, které se otevírají nám, pedagogům na IUFM v Creteil a účastníkům projektu LOSSTT-IN-MATH.

A PRIORI ANALÝZA

Cílem našich výukových programů je věnovat dostatek pozornosti myšlenkovým procesům, a ne pouhému způsobu vyjadřování myšlenek. Chceme, aby naši studenti nebyli jen dobrými zprostředkovateli poznatků, ale aby rozvíjeli i kognitivní stránky své profese.

Pro upřesnění tohoto bodu následuje seznam cílů našeho projektu:

- Zpřístupnit studentům učitelství informační technologie, naučit je využívat IT jako výukový nástroj, konkrétně dovést je k tomu, aby si uvědomili, jak vhodným nástrojem je IT software při práci s hypotézami a při objevování univerzálnosti určitých vlastností.
- Nechat studenty vytvořit pracovní list pro žáky s tím, že zadání úloh v pracovním listu by mělo překročit hranice technických aspektů ovládání daného softwaru.
- Nechat studenty individuálně pracovat na detailním plánu výuky. Za co odpovídají žáci a za co učitel? Jak plán rozčlenit do menších úseků? Jaké obtíže lze očekávat? Kam do plánu zařadit fáze pro upevňování poznatků a jejich syntézu? Jaké poznatky mají žáci v rámci této výukové jednotky podle osnov získat?
- Nechat studenty kolektivně rozebrat jednotlivé návrhy a umožnit jim obhajobu svého postupu při přípravě plánu.
- Nechat studenty efektivně odučit hodinu, kterou společně připravili. To by jim mělo dokázat, že jejich příprava „je funkční“, mělo by jim to dodat sebevědomí a přesvědčit je, aby i v budoucnosti do výuky zařazovali tento a podobné výukové materiály.
- Ověřit, jak může začínající učitel vhodně využít IT zdroje k tomu, aby žákům usnadnil učení, a porovnat řešení stejné úlohy s použitím informačních technologií a s použitím sešitu a propisky.
- Vymyslet efektivní využití IT v rámci osnov pro 2. stupeň.

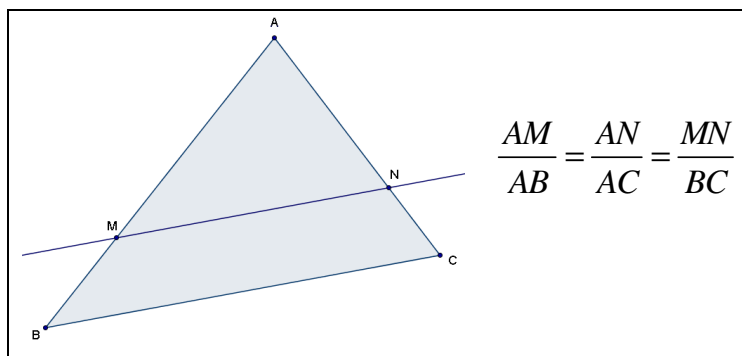
VÝVOJ

Tento výukový projekt se odehrává ve čtyřech etapách:

- V rámci modulu informačních technologií (studenti se učí maximálně využívat softwarové programy a návody)
- V rámci modulu A (příprava plánů)
- Ve škole (vyučovací hodině ve třídách)
- Zpět v rámci modulu A (syntéza zkušeností)

1. etapa

V samém závěru prvního modulu informačních technologií (IT1), ve kterém se studenti pouze učí ovládat softwarové geometrické programy, zadá vyučující studentům, aby připravili úlohu pro žáky 3. ročníku, jež má být vhodným úvodem do poměru v geometrii. Práci na této úloze studenti odvedou mimo výuku v modulech. Musejí připravit plán výuky a pracovní list pro žáky. Mohou si vybrat ze dvou témat – úvod k výuce kosinu nebo úvod k výuce Thaletovy věty* – a ze dvou softwarových programů – Cabri nebo Geoplan-Geospace. Hotovou práci mají odevzdat vyučujícímu modulu A (didaktika). V modulu IT1 vyučují dva pedagogové skupiny po 15 studentech, v modulu A vyučují 2 pedagogové skupiny po 20 až 25 studentech



Thaletova věta

Ve Francii, pro žáky 3. ročníku podle osnov platných pro rok 2004-2005²:

Obsah	Dovednosti	Možné aktivity, komentář
Trojúhelníky určené dvěma rovnoběžkami protnutými dvěma sečnami.	Ovládat a používat poměr délek stran trojúhelníků určených dvěma rovnoběžkami protínajícími dvě přímky. V trojúhelníku ABC, kde bod M leží na straně [AB]³ a bod N na straně [AC], platí, že jestliže (MN) je rovnoběžná s (BC), pak $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	Po prozkoumání jednotlivých případů bude prokázána rovnost těchto tří poměrů. Tvrzení platí i v případě, že M leží na polopřímce [AB) a N na polopřímce [AC), ale nebudeme zkoumat případ, kdy polopřímky [AM) a [AB), resp. polopřímky [AN) a [AC) jsou opačné. Thaletovu větu budeme detailně probírat až ve 4. ročníku.

² V nových osnovách pro 3. ročník (v platnosti od září 2007) jsou termíny používané pro identifikaci obsahu a dovedností totožné. Odpovídající komentář bude nahrazen takto: „Rovnost tří poměrů je považována za prokázanou na základě předchozího studia speciálních případů a operací. Vztahuje se také na případ, kde M a N leží na [AB) a [AC) v tomto pořadí. Nestuduje se případ, kdy body M a N nejsou na stejné straně od A. Obecná Thaletova věta a její modifikace je předmětem studia ve 4. ročníku.“

³ Ve Francii označuje [AB] úsečku; [AB) polopřímku; (AB) přímkou

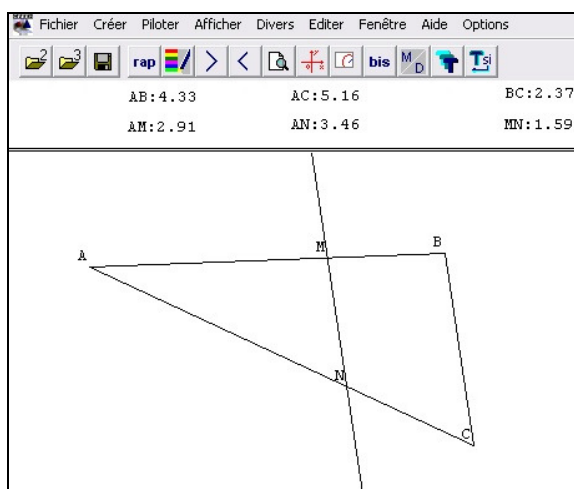
2. etapa

Vyučující v modulu A obdrží výsledky samostatné práce studentů, návrhy si přečtou a napíší k nim poznámky. Většina studentů si vybrala úvod k výuce Thaletovy věty. Tato etapa se skládá z několika seminářů.

V našem případě vyučující začali tím, že podají obecný komentář ke studentským pracím jako celku. Pozornost věnovali hlavně dvěma opakujícím se problémům. Na pracovních listech chybělo zdůraznění pojmu poměr. Téměř na každém pracovním listu byl sice použit pojem „poměr“ v názvu (nakonec uvedení tohoto termínu je cílem hodiny), ale rovnost poměru byla většinou zavedena velmi rychle a nedávala možnost ukázat poměr délek stran v trojúhelnících. Druhým problémem byla velká stručnost příprav vyučovacích hodin. Jednotlivé fáze byly většinou popsány v obrysech a jen těžko se dalo vyčíst, jakou roli bude vlastně učitel mít.

Po tomto úvodu vyučující rozdělí studenty do skupin po čtyřech. Při rozdělování do skupin vyučující zohlední odevzdané plány výuky i výkony v předchozích modulech. (Snahou vyučujících je vytvořit dynamické skupiny s vzájemně se vhodně doplňujícími osobnostmi.) Skupiny dostanou za úkol společně vytvořit přípravu hodiny a pracovní list pro žáky. Příprava a pracovní list poslouží jako základ video prezentace v třetí etapě práce na tomto projektu.

Jeden ze studentů z každé skupiny prezentuje plán výuky připravený vlastní skupinou. Poté ostatní studenti pokládají dotazy a prezentující student i jeho skupina na ně odpovídají a obhajují svoji práci. V rámci této diskuse vznikají alternativní nápady. Na závěr poskytnou zpětnou vazbu vyučující a přidají vlastní komentář. V úplném závěru se studenti dohodnou na tom, jak bude vypadat definitivní společná příprava na hodinu. Jeden ze studentů je pověřen finalizací přípravy hodiny a pracovního listu pro žáky.



Příklad výsledného obrazce

3. etapa

Bohužel není možné, aby každý ze studentů učitelství odučil hodinu podle vytvořené přípravy, protože ne každý student má k dispozici 3. ročník, ve kterém by tak mohl učinit. Nahrávka výuky pochází z hodin jednoho ze studentů. Výuka nebyla nijak

institucionálně hodnocena. Těsně před zahájením výuky pouze student představil svůj projekt i třídu jednomu z vedoucích kurzu. Na závěr výuky okomentoval *na místě* její průběh.

4. etapa

Jde o etapu návratu do modulu A. Student, který odučil hodinu podle připraveného materiálu, se s ostatními studenty podělí o to, jaké to je být při výuce filmován. Také provede krátkou a posteriori analýzu své výuky. Vedoucí kurzu tuto analýzu doplní. Ostatní studenti analýzu přerušují vlastními dotazy či doplňováním toho, co proběhlo v rámci jejich vlastní výuky. Při analýze se studenty se však zatím nepoužívá nic z pořízeného videozáznamu, a to ze dvou důvodů. Za prvé je třeba si uvědomit, že osnovy k modulu A vznikly před samotným zahájením výuky. Práci na úvodu do poměru v geometrii jsme do modulu přidali až v průběhu roku. Proto jsme pracovali v časové tísní a neměli jsme možnost, abychom do kurzu přidali všechny prvky. Za druhé se na IUFM v Créteil využívá práce s videem jen velmi málo. Ani vyučující ani studenti se proto necítili dostatečně způsobilí udělat z tohoto nového nástroje neoddělitelnou součást práce v tomto kurzu.

VÝUKA VE ŠKOLE [z této etapy byl pořízen videozáznam]

Prezentace kontextu

Plánovaná IT výuka proběhla ve 3. ročníku gymnázia Edouarda Herriota v Livry-Gargan na východním předměstí Paříže. Ve třídě bylo 23 žáků rozdělených do dvou skupin. V jedné skupině pracovalo 11 žáků, kteří už se účastnili výuky v rámci podobného projektu, v druhé skupině 12 „nováčků“. Každý žák pracoval u vlastního počítače.

Vyučujícím v této třídě je posluchač IUFM v Créteil. Podle jeho tvrzení jde o bezproblémovou třídu. Při výuce učitel pečlivě dbá na shrnutí a opakování v závěru každé hodiny. Hodnotí také aktivní slovní účast.

Vyučované téma se týká práce s Thaletovou větou na úrovni 3. ročníku. Učitel už žákům software Geoplan ukázal na monitoru a na tabuli; předvedl jim také jak pracovat s jednotlivými roletovými menu. Podle učitele tito žáci nikdy dříve s Geoplanem nepracovali a není si ani vědom toho, že by v rámci výuky matematiky ani jiného předmětu kdy byli v této počítačové učebně. Žáci tedy objevují zbrusu nové pracoviště.

Otázky, které by si měl učitel předem položit, jsou tedy následující:

- Jaké budou reakce žáků na tento software? Budou umět pracovat s roletovými nabídkami? Budou například vědět, jak najít průsečíky přímek?
- Na jaké otázky z hlediska funkcí softwaru budou potřebovat odpovědět? (Učitel například neví, zda budou chtít žáci zjistit, jestli se dá výpočet poměru na kalkulačce provádět i s pomocí počítače.)
- Jak žáci zvládnou práci s pracovním listem?

Učitel doufá, že mu žáci řeknou, že tabulky vyplněné v pracovním listu vypadají jako tabulky s poměrem. Toto tvrzení by mělo být odvozeno z jednotlivých příkladů. Problematicke poměru v geometrii se třída věnovala v předešlém týdnu. Opakovali látku 2. ročníku, v numerickém a grafickém rámci: žáci si zopakovali, jak určit, že jde (v tabulce nebo grafu) o poměr, a jak vypočítat čtvrtou hodnotu v poměru.

Fázi syntézy učitel naplánoval po půl hodině. V této fázi si žáci dělají poznámky do sešitů, a to buď u počítačových stolků, nebo u lavic uprostřed učebny. Na zadní stranu tabule učitel zapisuje, co bylo probráno na počátku hodiny. Plánuje také, že žákům poskytne generický obrázek.

Průběh výuky

1. fáze (16 min)

Každý žák má k dispozici jeden počítač. Na každém počítači běží program Geoplan. Učitel žákům rozdá pracovní listy. Žáci se rychle pustí do práce a začnou kreslit jednotlivé obrazce. Je zjevné, že se navzájem při práci sledují a kladou si navzájem otázky, jak jim to jde. Učitel prochází třídou od jednoho počítače k druhému.

První problém se objevuje ve chvíli, kdy mají žáci vytvořit bod N. Další nejasnosti žáci řeší v souvislosti s počtem desetinných míst, které se mají objevovat u délky úseček.

Nakonec se ale žákům zobrazují hodnoty požadovaných šesti délek a učitel jim zadává, aby doplnili druhou tabulku. Aby získali nové míry, žáci mažou původní trojúhelník.

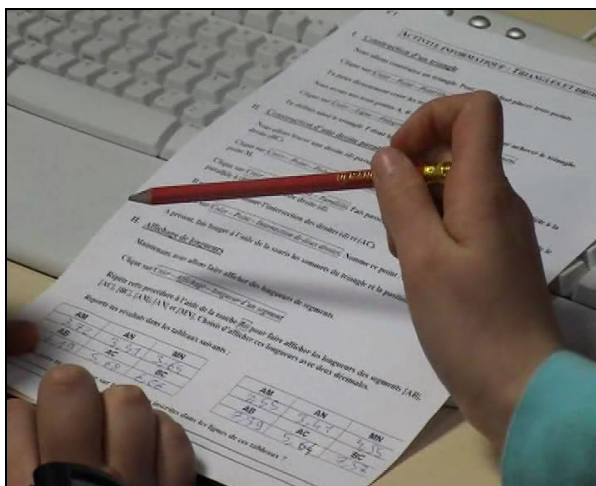
2. fáze (17 min)

V této fázi jsou žáci zmatení. Zaprvé nerozumějí zadání (co to znamená vyslovovat hypotézy?) a zadruhé nechápou samotný úkol (jaké hypotézy mají vlastně vyslovit?).

Učitel se jim snaží pomoci tím, že upozorňuje na obě tabulky i na to, co probírali minulý týden. Nejprve žáci začnou mluvit o Pythagorově větě (věnují se přece geometrii), a teprve později si jeden žák vzpomene na poměr.

Pak si žáci vezmou kalkulačky, aby určili případný koeficient poměru. Ale poté, co jim kalkulačky zobrazí velmi různé výsledky, mají problém s písemnou formulací hypotézy. Vracejí se ke kalkulačce a snaží se provést ještě další výpočty v první tabulce.

Učitel přistoupí k jednomu ze žáků a první výpočty projde společně s ním. Pak ho vyzve, aby pokračoval u druhé tabulky: Žák je teď evidentně mnohem víc spokojený s koeficienty, které se zobrazují na displeji, protože každé ze tří desetinných čísel začíná 1,70.



Příklad žakovských tabulek

Učitel se vrací k žákovi, upravuje počet zobrazovaných desetinných míst a poté žáka vyzve, aby výpočty na kalkulačce zopakoval s těmito upravenými mírami.

Následuje krátká diskuse o vlastnostech čísel v tabulkách (zda jde či nejde o poměr) a o vlivu přesnosti měření délek na výsledek.

Učitel požádá žáky, aby si otevřeli sešity.

3. fáze (15 min)

Žáci se usadí tak, aby viděli na učitele i na tabulky a mohli si zapisovat do sešitu. (Někteří žáci si sednou k lavicím uprostřed místnosti, ostatní zůstanou u počítače a pouze se natočí).

Učitel začne výrokem: „Dá se říci, že délka stran menšího trojúhelníku AMN je v nějakém poměru k délce stran velkého trojúhelníku ABC.“

Poté obrátí tabuli. Na zadní stranu již předem tento výrok napsal. Teď chce, aby si žáci větu opsali do sešitu.

Pak žákům rozdá obrazec, který je podobný prozkoumaným trojúhelníkům. Jeden výtisk připevní na tabuli a potvrdí, že „za těchto okolností půjde o poměr“.

Učitel pak zapíše následující (přiznanou) vlastnost: Pokud v trojúhelníku ABC platí, že bod M leží na straně [AB], bod N na straně [AC] a přímky (MN) a (BC) jsou rovnoběžné, potom jsou délky stran trojúhelníku AMN ve stejném poměru k délkám stran trojúhelníku ABC. Tuto vlastnost si žáci opíší do sešitů.

A POSTERIORI ANALÝZA HODINY ODUČENÉ VE TŘÍDĚ

Učitel se žáky pracuje velmi dobře; daří se mu udržet zájem a aktivitu žáků.

Učitel do přípravy nezahrnul žádnou průběžnou fázi pro syntézu poznatků. Namísto toho neustále obcházel žáky a problémy řešil opakovaně a průběžně.

Zdá se, že využití softwarového programu v první fázi hodiny (sestrojení obrazce a zobrazení délek stran) bylo pro žáky velice motivující a přispělo k jejich aktivitě při řešení jednotlivých úkolů. Program Geoplan-Geospace žákům názorně ukázal, jak správně postupovat při sestrojování geometrických obrazců: Někteří žáci byli

udivení, že program odmítá přijmout malá místo velkých písmen. Obecně lze také říci, že potřeba přesně určit sestrojované prvky žáky nutila, aby správně používali geometrické pojmy. Zobrazování délek zase žáky donutilo, aby přemýšleli o počtu desetinných míst. Nikdo se ale nezajímal o používané jednotky délky, ani o možnost upravit počet zobrazovaných desetinných míst.

Od pozorování k vyslovení hypotézy žáci nepřešli spontánně. Navzdory tomu, že se učitel snažil upozornit je na určité aspekty, žáci si nevybavili poměr. Teprve poté, co učitel soustavně připomínal tabulky z minulého týdne, si jeden žák na poměr vzpomněl. V tomto případě jde evidentně o „Topazův jev“.

Je třeba si všimnout, že v této fázi hodiny učitel záměrně používal při doplňování tabulek práci s kalkulačkou místo programu Geoplan-Geospace. Učitel pro to uvedl dva důvody: Zaprvé se obával, že žáci, kteří se se softwarem Geoplan-Geospace teprve seznamovali, by měli potíže práci s ním technicky zvládnout, a zadruhé vzal v potaz to, co zaznělo v rámci práce na přípravě této hodiny v semináři, totiž obavy, že by práce přímo na počítači odvedla pozornost žáků od problematiky poměru.

Učitel ale nepředvídal, že právě kvůli preferování výpočtů na kalkulačce bude muset s žáky překonávat velké obtíže. Výsledky, které se objevují na kalkulačce, si totiž nejsou rovné. Proto je velmi nepravděpodobné, že by žáci mohli vydedukovat, že jde o případy poměru. Tuto „didaktickou nehodu“ učitel řeší tím, že žáky vyzve, aby zvětšili počet desetinných míst zobrazovaných u délek stran.

Podíváme-li se na žakovský pracovní list, musíme předpokládat, že cílem druhé tabulky bylo potvrdit domněnku z první tabulky: ale pořadí jednotlivých úkolů – žáci nejprve obě tabulky vyplní, a pak počítají poměr u obou z nich namísto toho, aby nejprve vyplnili jednu tabulku, na kalkulačce provedli potřebné výpočty, vyslovili hypotézy, a pak pracovali s druhou tabulkou – tento původní záměr znemožňuje. To je velká slabina celé této experimentální vyučovací hodiny.

Je také třeba říct, že i samotné vnímání poměru žáky není pojato ideálně. V této vyučovací hodině vede k poznání matematické situace tabulka, což je v běžné vyučovací praxi bohužel příliš často používaný nástroj pro didaktickou prezentaci učiva. Jinými slovy v tomto případě žáci nerozumějí pojmu poměr. Hypotézu jsou schopni vyslovit jen díky tabulce a učitelovým poznámkám.

Poslední fázi přechodu od hypotézy k určité vlastnosti učitel nezvládl příliš dobře: Chybí jakýkoli důkaz, učitel přechod ani nekomentuje, nezmiňuje žádné důvody. Je proto sporné, jaký vliv může mít tato fáze na poznání u žáků: Nezůstanou žáci pouze u percepční geometrie (vidíme, že ...; dá se říci, že ...)? Co vlastně budou žáci připisovat dané vlastnosti: budou ji vnímat jako univerzální nebo jako týkající se pouze tohoto případu? Platí to vždy, jen v některých případech a platí to někdy „jen částečně“?

Vyučovací hodina ukázala, že by šlo přípravu hodiny obměnit:

- 2 žáci u jednoho počítače.
- Nechat žáky nejprve rýsovat na papír a pak teprve pracovat s počítačem (sestrojování, pozorování, vyslovování hypotéz).
- Nechat si poměr spočítat programem Geoplan-Geospace.
- Zadat v první tabulce délku strany trojúhelníka $[AB]$ a umístění bodu M na úsečce $[AB]$, a potom bod M na této úsečce posunovat $[AB]$.
- Začínat se situacemi, které odpovídají koeficientu poměru $1/2$ či $1/4$.

A POSTERIORI ANALÝZA CELÉ VÝUKOVÉ JEDNOTKY

Experiment otevírá celou řadu otázek týkajících se učební látky i přípravy učitelů.

Naši posluchači se musejí řídit oficiálními dokumenty. Analýza odučené hodiny a obzvláště rozhodnutí učitele pracovat s tabulkami a kalkulačkou místo zobrazení poměru na počítači nás vedou k tomu, abychom hledali odpověď na následující otázku: Upřednostňuje formulace Thaletovy věty použité v současných osnovách práci s číselným poměrem nebo s určitými aspekty poměru v geometrii, jak tomu je v případě podobných trojúhelníků v 5. ročníku? Odpověď nemůžeme hledat v samotných osnovách, protože tato dvojsečnost je patrná ve všech třech sloupcích dokumentu, obsah/dovednosti/komentář. Rozhodnutí, jak tuto látku pojmout, tedy zůstává na vyučujícím tohoto modulu, který se problémem snaží vyřešit ve prospěch kvalitní přípravy budoucích učitelů: Pokud se rozhodneme pracovat se žáky přímo na vyčíslení poměru, umožníme jim mnohem snáze vyslovit hypotézu o rovnosti těchto poměrů, ale hrozí, že žákům zcela unikne problematika poměru délek jednotlivých stran. Na druhou stranu, pokud se budeme žáky snažit dovést k vyslovení hypotézy o situaci s poměrem, bude sice celá úloha smysluplnější, ale také mnohem náročnější a roste riziko toho, že žáci ztratí o úlohu zájem. Navíc v obou případech budou žáci pracovat se změřenými délkami, nikoli se skutečnými rozměry.

Abychom zohlednili oba výše zmíněné aspekty této látky i a posteriori analýzu odučené hodiny, zdá se rozumné (a dokládá to znění v nových osnovách), aby posluchači postupovali takto:

- Aby začali s jednoduchými případy a prací do sešitů.
- Aby vedli žáky k tomu, aby tyto jednotlivé případy popisovali jako „...krát více...“ „... krát méně ...“.
- Aby vyslovili hypotézu o rovnosti poměrů.
- Aby začali používat dynamický geometrický software k ověření této hypotézy s pomocí poměrů, které dostanou u jiných případů.
- Aby formulovali hledanou vlastnost a to s ohledem na oba aspekty zahrnuté v osnovách, poměr délek a rovnost poměrů.

ZÁVĚR

Kromě toho, abychom splnili cíle výukového materiálu, o kterých jsme hovořili v první části, byla práce v semináři, jež zahrnuje pro všechny studenty stejnou přípravu na hodinu, vykonána *a priori* ze dvou hlavních důvodů:

- Umožňuje modulovou práci (před a po).
- Díky tomu, že jde o stejnou úlohu, můžeme zkoumat vliv metod a technik učitele na průběh hodiny a aktivitu žáků.

Úvahy, které proběhly v rámci práce na projektu i po jeho ukončení, ukazují, že jde o účinný způsob výuky budoucích učitelů, splňuje předem stanovené cíle a potvrzuje význam podobného výukového materiálu na několika úrovních:

- Integrace informačních technologií do výukové praxe posluchačů
- Význam sepsání detailní přípravy na hodinu i jejího uvedení do praxe
- Různorodost a hloubka výměn názorů mezi posluchači a vyučujícími v semináři i mezi samotnými posluchači
- Vznik typické přípravy na hodinu, jejíž účinnost bude teprve ověřena, ale má být kompromisem mezi velmi kvalitní přípravnou prací posluchače a dostatečnou účinností ve výuce (kvalitní přípravná práce je předpokladem účinnosti ve výuce, ale sama o sobě není dostačující).

Ukázalo se však také, že pořízení videonahrávky jedné z odučených hodin nemusí mít žádný vliv na ostatní posluchače. Problém je, že se dá jen stěží zhodnotit, jaké znalosti vlastně filmovaní žáci získali. Stejně obtížné je i stanovit, do jaké míry může videonahrávka ovlivnit metody a techniky ostatních posluchačů.

DOPORUČENÁ LITERATURA

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Carême, A., Chareyre, B., Cleirec, N., Gastin H., Guillemet, D. & Saint-Raymond C. (2005). *Collection Math'x: Seconde, Première S, Terminale S*. Editions Didier France.

Autour de Thalès (1995). Commission Inter IREM Premier Cycle.

Brousseau, G. (1995) Promenade avec THALES, entre la Maternelle et l'Université. In *Autour de Thalès*, IREM de Lyon Villeurbanne.

Hersant, M. (2005). *La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui*. Repères IREM N° 59, TOPIQUES éditions Metz

Robert, A. (2005). Quelles différences y a-t-il...? Exemples d'analyses didactiques d'exercices ou d'activités élèves (collège ou lycée). *Bulletin APMEP* 457, 226-238.

Odkazy na webové stránky

Francouzské osnovy matematiky

[<http://eduscol.education.fr/D0048/LLPPRC01.htm>]

[<http://www.cndp.fr/secondaire/mathematiques/>]

A.I.D. (Association pour l'Innovation Didactique) C.R.E.E.M. (Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques)

[<http://www.aid-creem.org/telechargement.html>]

Geoplan/Geospace

[<http://www.crdp-reims.fr/Ressources/lib/Titres-reseau.htm?produits/pdt118.htm>]

Geoplan-Geospace je matematický software pro Windows. Je určen pro žáky a studenty na všech vzdělávacích stupních, 1. stupněm základních škol počínaje, vysokými školami konče. Geoplan-Geospace je software pro modelování v matematice. Umožňuje tvorbu dynamických a interaktivních znázornění. Umožňuje uživateli definovat numerické a geometrické objekty v rovině i prostoru a dále s nimi manipulovat (body, přímky, kružnice, koule, tělesa, konvexní mnohostrany, čísla, podobnost, středy, křivky, vektory, numerické funkce, číselné posloupnosti, prototypy atd.). Tvorba a manipulace s těmito objekty se dá zautomatizovat přidáním nových příkazů.

Cabri [<http://www.cabri.com/v2/pages/fr/index.php>]

Cabri II Plus je nástroj pro sestavování geometrických konstrukcí. Funguje na stejném principu jako tužka, papír, pravítko, kružítko a guma. Dává však těmto konstrukcím novou dimenzi: s obrazci i jednotlivými prvky může uživatel libovolně manipulovat a všechny změny se okamžitě projevují ve výsledném obrazci. Konstrukce je možné importovat do dokumentu (v platformě Mac, Windows) nebo publikovat na internetu (Cabri.Java).

Druhá pilotáž

Annette Jäpelt*

CÍLE

Pro posluchače VŠ:

- Vytvořit přípravu na hodinu, která bude obsahovat práci s dynamickým geometrickým programem.
- Naučit se používat ve výuce informační technologie.

Pro žáky 2. stupně ZŠ a nižších gymnázií.

- Naučit se ovládat dynamický geometrický softwarový program.
- S využitím dynamického geometrického programu souvislost mezi poměrem a podobnými trojúhelníky.

NÁVRH

Nejprve se naši posluchači musejí naučit ovládat dynamický geometrický program. Používáme program Geometer, což je dánská verze programu Geometer Sketchpad. Posluchači se prostřednictvím cvičení blíže seznámí s běžnými funkcemi programu v oblasti klasické geometrie.

Poté se podíváme na téma, kterému se chceme věnovat: na souvislost mezi poměrem a podobnými trojúhelníky.

Definice: *Dva obrazce jsou si podobné, pokud je jeden zvětšením druhého.*

Studenti vědí, jak tuto souvislost využít, ale nikdy ještě hlouběji nezkoumali věty, které jsou konkrétními aplikacemi této souvislosti.

Poté, co naši posluchači odučí hodinu, podíváme se na tyto věty úžeji a pokusíme se je dokázat a využít. Částečně se budeme věnovat vlastnostem zvětšování a zmenšování a částečně podobným trojúhelníkům a jejich vlastnostem:

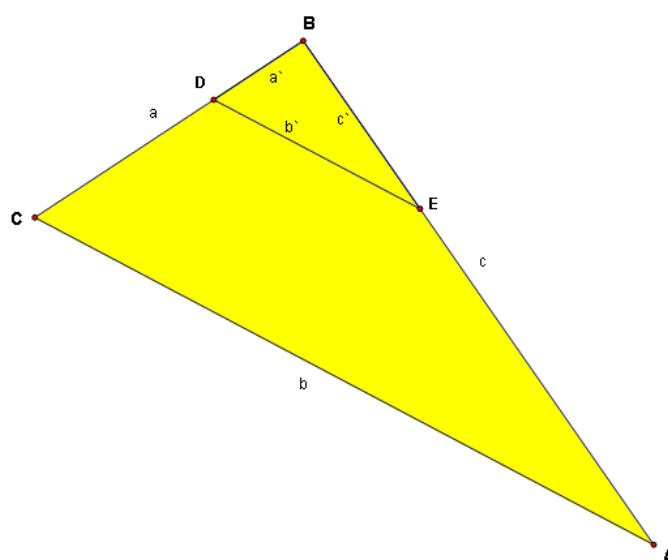
Trojúhelník ABC má shodné odpovídající si vnitřní úhly s trojúhelníkem $A'B'C'$.

Trojúhelník ABC a trojúhelník $A'B'C'$ mají vnitřní úhly, které jsou shodné.

Poměry mezi odpovídajícími si stranami v obou trojúhelnících jsou shodné, tzn

$$a'/a = b'/b = c'/c$$

* Skårup Seminarium, Dánsko.

**Length of sides in the triangles**

Triangle ABC	Triangle ADE
BC = 5,11 cm	BD = 1,70 cm
BA = 5,63 cm	BE = 1,88 cm
CA = 7,38 cm	DE = 2,46 cm

Ratio between the sidelengths in the triangles

$$\frac{BC}{BD} = 3,00$$

$$\frac{BA}{BE} = 3,00$$

$$\frac{CA}{DE} = 3,00$$

Angles in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
$m\angle CBA = 86,66^\circ$	$m\angle DBE = 86,66^\circ$
$m\angle BCA = 49,62^\circ$	$m\angle BDE = 49,62^\circ$
$m\angle BAC = 43,72^\circ$	$m\angle DEB = 43,72^\circ$

Areas of the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
Area $\triangle BCA = 14,37 \text{ cm}^2$	Area $\triangle BDE = 1,60 \text{ cm}^2$

Ratio between the areas in the triangles

$$\frac{(\text{Area } \triangle BCA)}{(\text{Area } \triangle BDE)} = 9,00$$

Ilustrace poměru

Poté, co se studenti naučili ovládat program Geometer a zvládli vlastnosti podobných trojúhelníků, dostanou za úkol vypracovat přípravu reálné hodiny. Cílem této hodiny je seznámit žáky s programem a s vlastnostmi podobných trojúhelníků.

Zde kurz končí a následuje hodnocení.

V pozdější fázi studenty čeká týdenní seminář matematiky. V rámci tohoto semináře se budou dva dny věnovat problematice poměru v geometrii.

ZADÁNÍ PRO STUDENTY UČITELSTVÍ

V Skårup Seminarium je asi 25 studentů učitelství. Zhruba polovinu tvoří ženy a polovinu muži. Patří do různých věkových skupin.

Před zahájením této fáze posluchači procvičovali práci s programem Geometer a učili se používat jeho obecné funkce (operace, rýsování, měření a výpočty). Cílem procvičování bylo naučit se program ovládat ještě před samotnou přípravou hodiny.

Svým posluchačům jsem úlohu zadala takto:

„Vaším úkolem je v následujících dvou týdnech připravit úvod a nachystat takový dokument, který žákům umožní:

- Rýsovat trojúhelníky s použitím programu Geometer.
- Prostřednictvím dynamického geometrického programu proniknout do problematiky poměru a podobnosti trojúhelníků.

Posluchači budou pracovat ve skupinách. Každá skupina vytvoří vlastní přípravu a všichni posluchači pak společně vyberou nejlepší z nich.

Na splnění tohoto úkolu máte jeden týden (čtyři hodiny).“

Vyučujícímu ve třídě, kde bude projekt pilotován, jsem slíbila poskytnout shrnutí této fáze. Pokud to bude nutné, věnuji IT fázi jednu hodinu navíc. Nechám studenty, aby s použitím dříve nabytých poznatků z matematiky provedli skutečný výzkum, tedy aby určili výšku stromu s použitím konkrétních měr a pak aby provedli potřebné výpočty, k čemuž využijí vlastností podobných trojúhelníků.

Chtěla bych se věnovat i dalším úlohám ze skutečného světa, při jejichž řešení žáci využijí pojem poměru.

Studenti pracují v počítačové učebně s Geometerem na vztazích mezi trojúhelníky. Snaží se potvrdit (vlastnosti 1 a 2, viz výše).

Doporučuji jim, aby postupovali takto:

- Narýsujte trojúhelník ABC.
- Podle návodu v programu trojúhelník zvětšete nebo zmenšete pomocí určitého koeficientu. Tak jste sestrojili nový trojúhelník ADE.
- Změřte délky stran trojúhelníků ABC a ADE.
- Najděte vztah mezi odpovídajícími si stranami obou trojúhelníků.
- Změřte úhly v obou trojúhelnících.
- Body posunujte.
- Změňte poměr.
- Odvoďte vztah mezi stranami a úhly v podobných trojúhelnících.
- Změřte obsah obou trojúhelníků a odvoďte vztah mezi obsahy v podobných trojúhelnících.

V tomto cvičení jsme nejprve měnili strany, a potom teprve úhly.

Jiný možný postup je nejprve vytvořit shodné úhly a potom teprve sledovat vztah mezi podobnými stranami. V tomto případě začínáme s rovnoběžnými stranami a pak teprve zjistíme, že strany v obou trojúhelnících jsou ve stejném poměru:

V programu Geometer udělejte následující.

- Sestrojte trojúhelník ABC.

- Uvnitř tohoto trojúhelníky narýsujte přímku. Tato přímka musí být rovnoběžná s jednou ze stran trojúhelníka, například se stranou BC. Tak vytvoříte nový trojúhelník ADE.
- Změřte délky stran.
- Najděte vztah mezi podobnými stranami obou trojúhelníků.
- Pak posunujte body i rovnoběžku.
- Odvoďte, co pro tyto dva trojúhelníky platí.
- Změřte obsah obou trojúhelníků a porovnejte vztah mezi obsahy se vztahem mezi stranami.

Zde jsou úhly identické, a proto jsou délky stran v pevném poměru. Pokud zbude čas, lze zvážit, na jaké případy z běžného života by se daly tyto úlohy aplikovat.

Na těchto dvou úkolech posluchači pracují během dvou vyučovacích hodin.

Rozhodla jsem se, že nechám celou skupinu studentů, aby úlohu zadala žákům, protože považují za správné, aby všichni pracovali nejen na přípravě na hodinu, ale aby také úkol zkusili zadat.

Vzhledem k tomu, že většina žáků sedí u počítače samostatně nebo ve dvojicích, zdá se nejrozumnější, aby byl jeden posluchač u každého počítače.

Žáci doposud nikdy nepracovali s matematickými programy, takže pro ně bude výhodou, pokud bude každý mít vlastního učitele.

Navíc díky tomu studenti učitelství získají lepší představu o tom, co jsou žáci schopni pochopit. To jim pomůže, až budou pak sami učit celou třídu. Také doufám, že tato zkušenost studenty povzbudí, aby používali informační technologie i ve vlastních hodinách matematiky. Vždyť jde o budoucí učitele. Možná se nám takto podaří překročit Rubikon a tito studenti se nebudou obávat využívat informační technologie, až se sami stanou učiteli.

Studenti učitelství pracují ve skupinách na přípravě hodiny. Poté se společně snaží rozhodnout, jak tuto hodinu vést.

ZADÁNÍ PRO ŽÁKY

Je hotova příprava jedné hodiny. Hodina se bude konat v počítačové učebně v Skårup Seminarium.

Následuje zadání pro žáky:

Výuka poměru

Spusťte program GEOMETER tlačítkem START.

Vytvořte 3 body: A, B, C.

Tyto body propojte a vytvořte trojúhelník.

Změřte jednotlivé úhly v tomto trojúhelníku.

Změřte délku stran.

U bodu A násobte dvěma, tedy zvětšete přímky vedoucí od bodu A (2:1).

Až zvětšíte strany AB a AC, přejmenujte nově vzniklé body. Tyto dva body spojte a vytvořte tak nový trojúhelník.

V novém trojúhelníku změřte délky stran i velikost úhlů.

Vidíte mezi oběma trojúhelníky něco podobného?

Jaké podobnosti vidíte?

Byli byste schopni podle vašeho pozorování vyslovit hypotézu? Pokud je to potřeba, sestrojte více trojúhelníků, které vám pomohou tento výrok ověřit.

Určete obsah těchto dvou trojúhelníků ($\frac{1}{2}$ součinu výšky a základny).⁴

Jaký vztah je mezi oběma obsahy?

Několik studentů učitelství se rozhodlo, že budou postupovat po svém, ale většina upřednostnila možnost použít toto vytištěné zadání.

POSTUP PRÁCE V SEMINÁŘI

Procvičování podobnosti jsme v semináři věnovali dvě hodiny.

Výsledkem těchto dvou hodin byla velmi rozdílná zjištění. Všichni uznávají, že používání informačních technologií ve výuce je výhodné, ale někteří studenti je využívají rádi a s chutí, zatímco jiní si příliš nevěří a práce s počítačem se jim příliš nedaří; většina studentů však nepatří ani k jedné z těchto dvou skupin a pohybují se někde mezi těmito dvěma póly.

Následující dvě hodiny studenti věnovali přípravě hodiny a poté společně vybrali nejlepší návrh.

PRŮBĚH HODINY SE ŽÁKY

Hodiny se účastní dvacet žáků z Øster Åby Friskole. Jsou ve věku 14 let.

Připravená hodina je odučena v počítačové učebně v Seminarium. Žáci mají mizivé znalosti poměru a nikdy dříve nepracovali s matematickým softwarem.

Někteří ze studentů učitelství se dříve zúčastnili pozorování této třídy. Přišli se podívat na hodinu o mobilních telefonech. Experimentální vyučovací hodiny se naopak jako pozorovatel účastnil vyučující matematiky ve třídě.

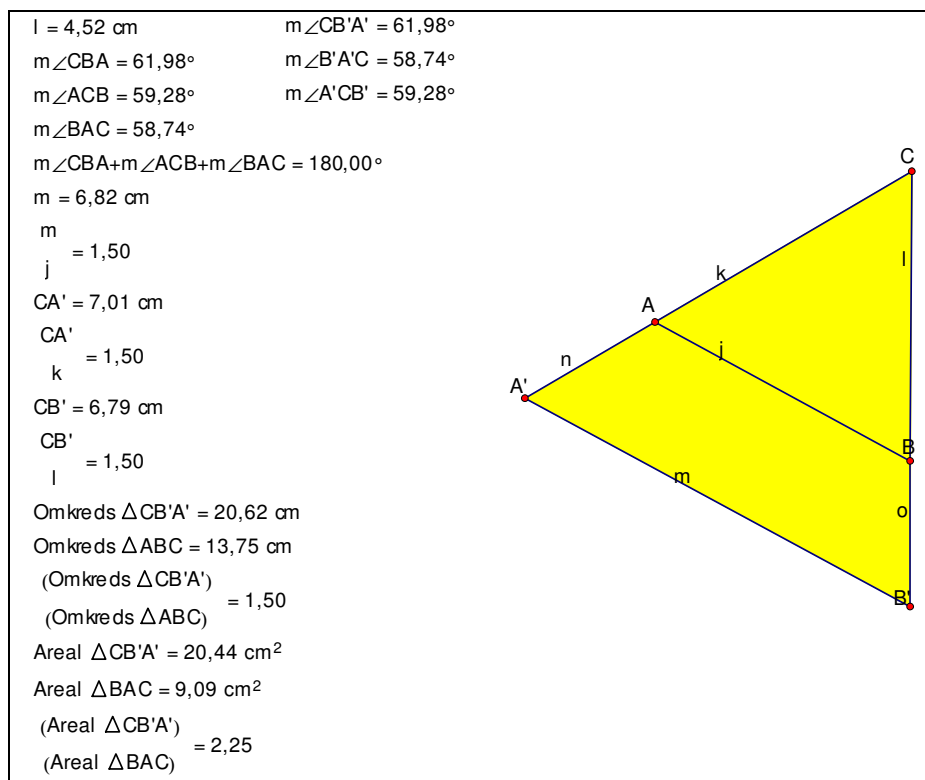
Žáci budou pracovat samostatně nebo ve dvojicích a u každého počítače bude k dispozici jeden student učitelství, který bude s žáky pracovat.

Jeden ze studentů učitelství třídu krátce přivítal a seznámil s obsahem hodiny. Poté začali žáci pracovat s programem Geometer. To, jak student učitelství žáky seznámil s obsahem hodiny, najdete v části „Zadání pro žáky“.

⁴ Obsah je možné změřit, aniž by ho bylo třeba vypočítat a já (školitel) si myslím, že je to v tuto fázi mnohem lepší, protože žáci by se neměli soustředit na to, jak vypočítat obsah trojúhelníku, ale na poměr.

Ve všech skupinách se podařilo splnit všechny popsání úkoly. Spolupráce mezi žáky a studenty proběhla dobře. Obecně se dá říci, že žáci aktivně řešili všechny problémy, při kterých bylo třeba využít programu Geometer a studenti jim dobře pomáhali.

Některým žákům se dokonce podařilo odvodit některé obecné závěry, ale mezi výsledky práce byly obrovské rozdíly. Někteří studenti učitelství navíc toužili po správných výsledcích do té míry, že své žáky k požadovaným závěrům „dotlačili“. Na konci hodiny žáci odevzdali výsledky své práce.



Příklad obrazce sestaveného jedním ze žáků

Poznámka: Vzhledem k tomu, že program provádí měření délek automaticky, je velmi snadné porovnat poměr, aniž by bylo třeba zvažovat vzájemnou polohu obou trojúhelníků.

HODNOCENÍ

Zpětná vazba: Vyučují matematiky, který hodinu sledoval, ji hodnotil jako dobrou.

Já jsem pro posluchače vytvořila následující schéma, které nám mělo pomoci hodinu rozebrat. Některé z odpovědí a komentářů studentů následují.

Úkol	Co se povedlo?	Co se nepovedlo?
Příprava hodiny	<i>Práce ve dvojicích; zrodilo se mnohem více nápadů, je dobré je společně probrat. Nejlepší způsob výuky.</i> <i>Pomohlo mi to zjistit, jaké znalosti budu pro práci s informačními</i>	

	<i>technologiemi potřebovat.</i>	
Co se žáci naučili	<i>Bylo zajímavé sledovat překvapení a údiv, které vyzařovaly ze žáků. Žáci museli zvládnout jednotlivé úkoly sami.</i>	Málo prostoru v počítačové učebně. Nedostatek počítačů, aby měl každý žák možnost pracovat samostatně.
Co si z této hodiny odnášíte?	<i>Jak naplánovat výuku, ve které jsou efektivně a relevantně využity informační technologie. Zjistil jsem, že se musím naučit lépe pracovat s programem Geometer. Použití tohoto matematického programu mi usnadnilo jeho přijetí. Mnohem lépe jsem pochopil tento program, když jsem ho použil pro řešení konkrétní úlohy.</i>	

Schéma hodnocení pro studenty učitelství

KOMENTÁŘ

V následující hodině jsme se se studenty věnovali teoretickým souvislostem mezi poměrem a podobností trojúhelníků. Obvykle nejprve pracujeme na důkazu vět o podobnosti trojúhelníků a o poměru a teprve později se věnujeme praktickým úkolům. Tentokrát jsme ale začali zkoumáním vlastností s použitím informačních technologií. Proto budeme v diskusi hledat odpověď na otázku, jak řadit jednotlivé činnosti: začínat hypotézou a důkazem, nebo experimentem s použitím informačních technologií. Osobně si myslím, že neexistuje jednoznačná odpověď a měli bychom oba postupy střídat. Ani mezi studenty nezvítězila jednoznačně jedna z obou možností. Obecně lze říci, že mladší studenti se přikláněli k zahájení s informačními technologiemi, zatímco starší si nebyli jisti. Dá se předpokládat, že toto rozdělení je způsobeno tím, že mladší studenti mnohem lépe ovládají práci s počítači.

Přímá účast na plánování i odučení hodiny se ukázala jako velmi přínosná, nejen pro studenty učitelství, ale i pro mě – jejich vyučující.

Obvykle mají vyučující roli poradce, nikoli účastníka při výuce v praxi. Osobně můžu říci, že zkušenosti získané v tomto projektu mě povedou k tomu, abych se tuto situaci pokusila změnit. Bylo velmi užitečné sledovat celý proces, od obeznámení studentů s projektem přes přípravu hodiny po její odučení. Zaujetí studentů po celou

dobu bylo značné a jejich nápady inspirující. To, že se výuky účastnili všichni studenti učitelství, zvýšilo jejich zájem a aktivitu, protože v praxi viděli význam této látky. Pro studenty je velmi motivující okamžitě v praxi vidět uplatnění získaných poznatků a dovedností.

Přála bych si, aby byla celá příprava učitelů postavena na interakci mezi teorií a praxí. Každý měsíc bychom potom mohli rozebírat konkrétní výukové situace a vyvstalé problémy.

Následující práce

Studenti učitelství využijí podobnost při měření v praxi.

Možné příklady: šířka řeky, jak dřevorubec měří výšku stromu, jak tesař určuje sklon střechy, ve spolupráci s fyzikou/chemií otázka vzdáleností ve vesmíru či určení vlnové délky, ve spolupráci se zeměpisem otázka měřítka a čtení v mapách.

Poděkování

Děkuji škole Øster Åby Free School, žákům 7. ročníku a jejich učiteli matematiky, Brianu M. Østergårdovi.

Děkuji také mé matematické třídě 22.4 v Skårup Seminarium za jejich ochotu.

DOPORUČENÁ LITERATURA

Hessing, S. (1987). *Landmåling anvendt matematik og geografi*. Forlaget Brøns ApS

Jensen, A. B. (2002). *Manual til Geometer*, L&R Uddannelse

Thygesen, H. (1998). *Geometri med integration af informationsteknologi*. Gyldendal undervisning.

Odkazy na webové stránky

The Geometer's Sketchpad [<http://www.dynamicgeometry.com/>]

Sketchpad je nástroj pro dynamické konstrukce a jejich zkoumání. Umožňuje žákům bádát v matematice a rozumět jí tak, jak neumožňují tradiční pomůcky ani jiné softwarové programy. Díky Sketchpadu mohou žáci sestavit objekt a potom zkoumat jeho matematické vlastnosti, a to při pouhém přetahování objektu myší. Všechny matematické vztahy zůstávají zachovány, takže studenti mohou během několika sekund prozkoumat celou řadu podobných případů. Takto jsou přirozeně vedeni k zobecňování. Sketchpad odporuje takový postup objevování, v němž žáci nejprve vizualizují a analyzují problém, poté vysloví hypotézu, kterou se pokusí dokázat.

Třetí pilotáž (Univerzita Bari, Itálie) a Závěr

Yves Alvez, Jean-François Chesné a Marie-Hélène Le Yaouanq

První dojmy

Provedené experimenty se vyznačují velkým zájmem o práci s geometrickým softwarem, a to jak ze strany studentů učitelství, tak ze strany žáků. Tento zájem nesouvisí s tím, jestli už s podobným softwarem v minulosti pracovali či nikoli. Zároveň jasně ukazují, že je nezbytné zajistit, aby se studenti učitelství naučili používat informační technologie jako nástroj pro plnění úkolů se žáky.

Naší snahou bylo umožnit studentům učitelství vyzkoušet si práci s informačními technologiemi při výuce. Doufáme, že se jim bude tato zkušenost zdát natolik přínosná, že budou informační technologie využívat i v budoucnosti. Tento cíl byl splněn u většiny studentů jak v Creteil, tak ve Skårup.

TŘETÍ PILOTÁŽ

Téma poměru v geometrii bylo testováno v rámci přípravy budoucích učitelů na univerzitě v Bari na jihu Itálie. K testování byl využit materiál použitý v IUFM v Creteil a na pedagogické fakultě ve Skårup.

Následuje popis experimentu realizovaného na univerzitě v Bari R.I. Anconou a M.A. Giovinazzim.

Zúčastněné třídy

Dva 7./8. ročníky z 2. stupně (žáci ve věku 12-13 let):

- Scuola media statale “E. Fieramosca”, Barletta (Ba), 23 žáků.
- Scuola media statale “A. Manzoni”, Massafra (Ta) 25 žáků.

Časový rámec, nástroje a materiály

V přípravné fázi jsme chtěli věnovat úkolům v počítačové učebně (kromě výuky matematiky ve třídě) 4-5 vyučovacích hodin. Při realizaci experimentu jsme nakonec v počítačové laboratoři strávili pouze 3 vyučovací hodiny.

Kromě klasických výukových materiálů jsme ve třídě A používali software „Geogebra“ a ve třídě B software „Cabri II plus“.

A priori analýza tříd zúčastněných v realizaci projektu a práce na přípravě hodiny

Ve třídě A jsou žáci s velmi různými schopnostmi; panuje v ní přátelská atmosféra a většina žáků se aktivně účastní společných diskusí. Žáci umějí dobře pracovat s počítačem, ale ještě nikdy se nesetkali se softwarem z oblasti dynamické geometrie.

Ve třídě B je průměrná úroveň žáků vyšší (jsou tam jen dva nebo tři žáci s menšími problémy v učení). Všichni umějí bez potíží pracovat se softwarem Cabri.

V obou třídách bylo v týdnech předcházejících samotnému experimentu zahájeno probírání látky „poměr a úměrnost“.

V experimentu byly stanoveny následující cíle:

- detailní monitorování účinku používání interaktivního vzdělávacího softwaru na výuku geometrie;
- ověření, zda příprava vhodných výukových pracovních listů umožní monitorovat intuitivní dedukce stimulované používáním tohoto softwaru.

Plánovali jsme dvě fáze přípravy úlohy s využitím počítačů:

- seznámení se softwarem Geogebra (tato fáze se týkala pouze jedné z obou zúčastněných tříd, protože žáci druhé třídy uměli pracovat se softwarem Cabri).
- rozdání pracovního listu týkajícího se „Objevení Thaletovy věty“.

Otázky, které je třeba zahrnout do struktury schématu, se dají rozdělit podle jejich povahy a cílů. Plánovali jsme:

- otázky, které by vedly k přemýšlení o konstrukci obrazců s pomocí softwaru a k zkoumání těchto obrazců;
- otázky, které by vedly k přemýšlení o provedených dynamických akcích;
- otázky na neformální hypotetické a spontánní dedukce;
- kontrolní otázky týkající se způsobů odůvodňování u žáků pracujících ve dvojicích.

Pracovní list byl rozdán žákům pracujícím ve dvojicích.

Analýza experimentu a další úvahy

Použití interaktivního softwaru a srovnání

Ani v jedné třídě jsme se nesetkali s většími problémy při sestavování zadaných obrazců. Omezené možnosti softwaru Geogebra však žákům znemožnily využít program i pro počítání poměru mezi stranami, když do tabulky doplňovali poměr mezi stranami obou trojúhelníků. Tak se dostali do situace, kdy museli řešit otázku přibližného výpočtu. Většinou jim vycházel „přibližně stejný“, nikoli „stejný“ poměr („postřehli jsme, že výsledky dělení vypadají podobně“).

Žáci v obou třídách jsou zvyklí pracovat ve dvojicích, což platí dvojnásob pro práci v počítačové učebně. Třída „softwarových expertů“ prokázala lepší schopnosti v oblasti syntézy. Žáci druhé třídy měli mnohem větší potřebu detailně „popisovat“ sebemenší postřeh. Diskuse nejlépe probíhala v takových dvojicích, kde rozdíl mezi kognitivními schopnostmi žáků nebyl ani příliš malý, ani příliš velký.

Dynamické aspekty dedukcí a dosažené závěry

Ve třídě „expertů“ podpořila použití softwaru Cabri dedukce; pomohla žákům ověřovat jejich intuitivní nápady (například mnoho žáků rychle zavrhl, že by „podobnost“ dvou trojúhelníků znamenala, že „poměr mezi stranami je stejný“). V případě přímky, která protíná trojúhelník v bodě D, je však jediným výrazným

rysem jasné rozpoznání obou trojúhelníků bez zvažování poměru mezi jednotlivými stranami.

Použití programu Geogebra umožnilo žákům sledovat určité geometrické vlastnosti, ale následná práce s kalkulačkami přinesla pouze zmatek a zklamání. V pracovním listu však byli žáci vyzváni, aby opakovaně pohybovali bodem D a zaznamenávali poměr; to vedlo k tomu, že alespoň v některých případech byly hodnoty „téměř úplně“ stejné. Navíc je v pracovním listu pozornost věnována právě poměru, takže vede k dalšímu upřesnění předcházejících dedukcí.

V konečné fázi cítilo několik dvojic potřebu ověřit si poměr stran v případě, že trojúhelník protíná jiná přímka procházející bodem D.

Úvahy o celém experimentu

Tento experiment dokládá, že použití dynamického geometrického softwaru prohlubuje smysl celého úkolu, protože dodává dynamičnost geometrickým objektům a přispívá k potvrzení/zhodnocení/vytvoření mentálního obrazu. Ukázalo se však také, že se neobejdeme bez současného použití nástrojů, které usměrňují intuitivní nápady, které se při práci se softwarem objevují. Domníváme se, že připravený pracovní list byl užitečný. Zprvce posloužil jako nástroj k tomu, aby žáci porozuměli všem procesům, které v tu chvíli probíhaly. Za druhé jeho vyplnění vyžadovalo spolupráci ve dvojicích. Co v experimentu chybělo, je následná fáze obecného „sdílení“ myšlenek.

ROZDÍLY

Mezi jednotlivými zúčastněnými institucemi však byly určité rozdíly:

- výběr softwaru a s tím související úkoly (různý software používá k sestrojování obrazců různé metody, což má vliv na proces odvozování i poznání)
- cíle odučené hodiny z hlediska matematického obsahu
- podmínky při implementování připravené hodiny
- stupeň integrace informačních technologií do osnov v různých zemích
- význam, jaký má používání informačních technologií při přípravě učitelů
- jak dobře ovládají školitelé informační technologie, jak je využívají při výuce žáků i studentů učitelství.

Hodnocení odučené hodiny potvrzuje přínos užití dynamického geometrického softwaru, ale ukazuje též, že nestačí tento software umět ovládat.

Žáci se musí naučit jak pracovat s výsledky, které jim software zobrazí, a jak je propojit se svými vlastními znalostmi. Pak teprve mohou vyslovovat smysluplné hypotézy.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PROJEKTU SE STUDENTY UČITELSTVÍ

Všechny tři různé způsoby práce s tímto projektem zdůrazňují čtyři fáze práce se studenty učitelství:

- používání geometrického softwaru

- vytvoření pracovního listu pro žáky
- implementace ve výuce
- analýza realizovaných experimentů

Zdá se, že spojení všech čtyř těchto fází, znamená pro studenty učitelství největší přínos.

Vytvoření pracovního listu pro žáky nabízí jednu významnou alternativu: je vhodné, aby všichni studenti pracovali s jednou společnou verzí pracovního listu, a pokud ano, ve které fázi (před nebo po odučené hodině)?

Otázkou, kterou si klademe při přípravě každého projektu pro studenty učitelství, je, zda je rozumnější začít s pracovním listem, který každý student vytvoří sám, zda jej máme vytvořit v rámci společné diskuse, či zda máme navrhnout takový postup práce, který by vedl ke vzniku jediného pracovního listu.

Pokud se rozhodneme vytvořit jeden společný pracovní list ještě před odučením hodiny, zajistíme snazší hodnocení této hodiny a více důrazu položíme na to, jak metody výuky ovlivňují práci žáků. Na druhou stranu však může být pro studenty složité takovýto dokument přizpůsobit svému stylu a potřebám.

Pokud však studentům umožníme vytvořit vlastní pracovní list pro žáky, zvýšíme jejich zaujetí a zdůrazníme jejich osobní odpovědnost na tvorbě hodiny, ale zkomplikujeme provedení srozumitelné analýzy; toto dvojnásob platí pro hodiny, v nichž se používají informační technologie.

Domníváme se, že koexistence obou zmíněných způsobů organizace práce obohacuje přípravu budoucích učitelů.

Příloha A: Pracovní list pro žáky

NA POČÍTAČI: TROJÚHELNÍKY A ROVNOBĚŽKY

Sestrojení trojúhelníku

Budeme sestavovat trojúhelník. K tomu potřebujeme tři body.

Klikněte na Vytvořit – Bod – Libovolný bod – V rovině

Takto můžete přímo vytvořit body A, B a C.

Máte body A, B, C. Pro sestavení trojúhelníku tyto tři body spojte.

Klikněte na Vytvořit – Čára – Strany mnohoúhelníka – Pomocí vrcholů

Takto jste sestavili trojúhelník T s vrcholy A, B a C.

Sestrojení přímky rovnoběžné s jednou stranou trojúhelníka

Sestavte přímku d, která prochází bodem M na polopřímce AB, která je rovnoběžná s přímkou BC.

Klikněte na Vytvořit – Bod – Libovolný bod – Na polopřímce. Označte polopřímku AB a bod označte M.

Klikněte na Vytvořit – Čára – Přímka – Rovnoběžka. Zkontrolujte, že tato přímka prochází bodem M a je rovnoběžná s přímkou procházející BC. Tuto přímku označte d.

Nyní musíte označit bod – průsečík přímky d a strany AC.

Klikněte na Vytvořit – Bod – Průsečík dvou přímek. Tento bod označte N.

Nyní klikněte na vrcholy trojúhelníka a přímku d a popotáhněte je.

Zobrazení délek

Nyní chceme, aby se zobrazily délky některých úseček.

Klikněte na Vytvořit – Zobrazení – Délka úseček

Využijte nástrojovou sadu Bis a postupně získejte délky úseček AB, AC, BC, AM, AN a MN. Nastavte, aby se jednotlivé délky zobrazovaly s dvěma desetinnými místy. Výsledky zapište do dvou následujících tabulek:

AM	AN	MN		AM	AN	MN
AB	AC	BC		AB	AC	BC

Jaké souvislosti existují mezi čísly zapsanými do těchto dvou tabulek?