

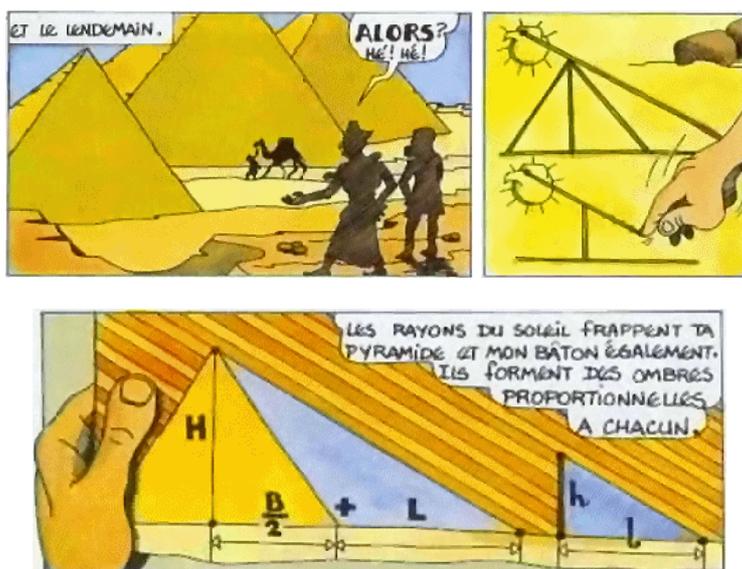
INTRODUZIONE ALLA PROPORZIONALITÀ IN GEOMETRIA

di Yves Alvez, Jean-François Chesné e Marie-Hélène Le Yaouanq*

INTRODUZIONE

Questo tema combina tre aspetti fondamentali dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria inferiore. Il primo è definito in termini di contenuto matematico e riguarda la proporzionalità, che è uno dei punti centrali della conoscenza degli allievi. Il secondo aspetto riguarda un approccio didattico: l'associazione di un quadro geometrico ad un contesto numerico. Il terzo aspetto riguarda l'uso delle risorse e l'integrazione delle nuove tecnologie. La combinazione di questi tre aspetti è parte integrante dello schema generale di formazione degli insegnanti ed è particolarmente rilevante per il lavoro da svolgere con gli insegnanti in formazione nel tirocinio in classe.

In primo luogo, questa iniziativa è stata sperimentata dai due seguenti partner: lo IUFM di Créteil e lo Skårup Seminarium; la sperimentazione esterna è stata condotta dall'Università di Bari, in due classi seconde di scuola secondaria inferiore (con allievi di 12-13 anni).



Leggenda relativa alla misura dell'altezza della piramide Egiziana¹

* Institut Universitaire de Formation des Maîtres – IUFM de Créteil, Francia.

¹ Fonte: http://irem.univ-poitiers.fr/irem/ressourc/histoire_math_college/4ieme/thales/doc_peda/doc_peda.htm.

La sperimentazione principale

di Yves Alvez, Jean-François Chesné e Marie-Hélène Le Yaouanq

PRESENTAZIONE DELL'INIZIATIVA DELLO IUFM DI CRETEIL

Questa iniziativa è un esperimento condotto per la prima volta presso lo IUFM. All'interno della vasta gamma di esperienze didattiche offerte ai docenti di matematica nella loro formazione iniziale, abbiamo scelto, per il progetto LOSSTT-IN-MATH, l'introduzione alla proporzionalità in geometria. Questa esperienza mostra la volontà dei formatori di progettare uno schema formativo che combini diversi moduli e che nello stesso tempo tenga conto delle future applicazioni, non solo nel progetto LOSSTT-IN-MATH ma anche come strumento di formazione all'interno dello stesso IUFM.

Ogni anno tra i 50 e gli 80 docenti di matematica in formazione, sia a livello di scuola secondaria inferiore che a livello di scuola superiore (PLC2's) scelgono Créteil per la loro formazione. Questa include un modulo di 51 ore di tirocinio in classe (modulo A). Questo modulo intende accompagnare l'insegnante in formazione in un percorso di scoperta della professione docente, insieme ad un docente educatore che funge da tutor, e nello stesso tempo a facilitare la costruzione della propria professionalità attraverso l'offerta di supporti alla didattica e di spunti di riflessione pedagogici e didattici: il programma ufficiale, l'elaborazione di modalità di progressione, la progettazione di sequenze didattiche e di lezioni, valutazione, consapevolezza della diversità degli allievi, contenuti matematici, lavoro specifico in geometria o algebra.

Questo percorso include anche un modulo di geometria, volto a consolidare le fondamenta delle conoscenze dei docenti in formazione: lo scopo è di permettere loro di progettare, controllare e gestire le attività degli allievi, sia con carta e penna che con il computer. I primi tre incontri sono dedicate alla familiarizzazione con software di geometria dinamica (come Geoplan-Geospace, Cabri). Ad ogni insegnante in formazione viene data la possibilità di costruire figure, farle evolvere dinamicamente, utilizzare delle specifiche funzioni dei software (come ad esempio le trasformazioni, la ricerca di posizioni, la verifica di proprietà, lo studio di funzioni che derivano da una situazione geometrica ecc.). Le due lezioni successive permettono un ritorno a configurazioni fondamentali di geometria attraverso dei tutorial e, allo stesso tempo, aprono a nuovi modi di progettare ed implementare attività di geometria in classe. Gli ultimi due incontri facoltativi offrono l'opportunità di scoprire (o riscoprire) da un punto di vista elementare tre trasformazioni geometriche: la prospettiva, la similitudine e l'inversione.

Come succede in tutte le esperienze di formazione, la descrizione e la riflessione verranno condotte con un duplice approccio cronologico: quello dei formatori verso i docenti in formazione, seguito da quello dei formatori interessati alla pratica dei tirocinanti ed ai possibili effetti sugli allievi.

Nel seguito specificheremo i nostri obiettivi e le nostre aspettative riguardo ai docenti in formazione e solo dopo introdurremo l'esperienza di formazione, così come è stata

attuata, mostrandone lo sviluppo dall'inizio alla fine. Alla fine presenteremo un'analisi a posteriori, sempre a due livelli: quello della lezione fatta dall'insegnante in formazione in una classe e quello più generale dell'esperienza nella sua interezza. Come conclusione presenteremo alcune prospettive che si aprono per noi come formatori dello IUFM di Créteil e come partecipanti al progetto LOSSTT-IN-MATH.

ANALISI A PRIORI

Le modalità dell'esperienza di formazione sono elaborate tenendo presente il lavoro nella pratica di insegnamento e non solo a parole, con l'obiettivo di agire sulle componenti cognitive e di mediazione della professione docente.

Per essere più precisi, i nostri obiettivi in questa esperienza di formazione sono:

- Rendere le tecnologie informatiche disponibili ai docenti in formazione come strumenti di apprendimento e in particolare renderli consapevoli dei benefici offerti dall'uso di software di geometria dinamica come strumento speciale per congetturare e scoprire il valore universale di una certa proprietà.
- Far lavorare i docenti in formazione alla stesura di una scheda di lavoro per gli allievi, in cui le istruzioni non siano limitate agli aspetti tecnici di gestione del programma.
- Far lavorare i docenti in formazione singolarmente ad un dettagliato scenario reale. Di che cosa sono responsabili gli allievi e di che cosa l'insegnante? Come suddividere la lezione? Quali sono le difficoltà previste? Dove inserire i momenti di sintesi? Che tipo di istituzionalizzazione (ad esempio, i risultati e le proprietà che gli allievi devono acquisire perché parte del programma curricolare)?
- Far riflettere i docenti in formazione collettivamente sulle loro proposte individuali per produrre giustificazioni delle proprie scelte.
- Far tenere ai docenti in formazione una lezione su cui hanno lavorato collettivamente, per farli rendere conto del fatto che è possibile fare una bella lezione, che “funziona” e per renderli più sicuri ed incoraggiarli a ripetere questa esperienza (ed altre situazioni nuove).
- Esaminare il modo in cui un insegnante in formazione può fare buon uso di risorse di IT per facilitare agli allievi dei processi di apprendimento e stabilire un paragone con potenziali attività da far svolgere ai ragazzi con carta e penna.
- Sviluppare un uso pertinente delle nuove tecnologie nell'insegnamento a livello di scuola secondaria, secondo le indicazioni dei programmi.

SVILUPPO

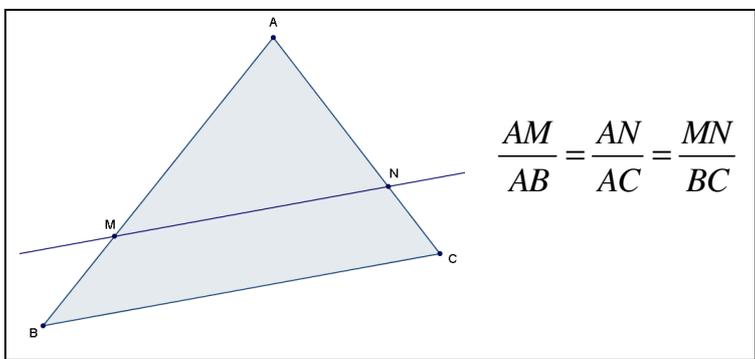
L'esperienza formativa si sviluppa in 4 fasi successive:

- Durante un modulo di IT (usare in modo appropriato programmi ed istruzioni)
- Durante un modulo A (lavoro sugli scenari)
- Durante una lezione (lezioni in classe)

- Di nuovo in un modulo A (sintesi delle esperienze)

Prima fase

Alla fine del primo modulo di IT dedicato alla familiarizzazione con i software di geometria dinamica, i formatori chiedono ai docenti in formazione di preparare un'attività introduttiva alla proporzionalità in geometria per gli allievi del 3° anno. Questa preparazione viene fatta al di fuori dei moduli formativi e consiste nella creazione di uno scenario e nella stesura di una scheda di lavoro per gli allievi. I docenti in formazione possono scegliere tra due temi – l'introduzione del coseno o l'introduzione della proporzionalità nel triangolo, chiamata in Francia, così come in Italia, "Teorema di Talete" – e tra due software – Cabri o Geoplan-Geospace. Il lavoro deve essere mandato ai docenti formatori del modulo A (pratica didattica in classe). Il modulo di IT è condotto da due docenti formatori per un gruppo di circa quindici insegnanti in formazione. Come per il modulo A, ci sono due docenti formatori per un gruppo di 20 – 25 insegnanti in formazione studenti.



Teorema di Talete

Secondo i programmi francesi per allievi del 3° anno nell'anno scolastico 2004-2005²:

Contenuti	Abilità	Esempi di attività, Commenti
<p>Triangoli determinati da due rette parallele che tagliano due rette secanti (vedi immagine sopra).</p>	<p>Conoscere ed usare la proporzionalità di lunghezze dei lati dei due triangoli determinati da due rette parallele tagliate da due rette secanti.</p> <p>In un triangolo ABC, dove M è un punto sul lato [AB]³ e N un punto sul lato [AC], se (MN) è parallela a (BC) allora</p> $AM/AB = AN/AC = MN/BC$	<p>L'uguaglianza dei tre rapporti sarà ammessa dopo possibili studi su casi specifici.</p> <p>Naturalmente si estende anche al caso in cui M ed N appartengono rispettivamente ad [AB) ed [AC) ma non esamineremo il caso in cui [AM) ed [AB) e [AN) ed [AC) sono opposti.</p> <p>Il teorema di Talete in tutta la sua generalità e reciprocità verrà trattato</p>

² Nei nuovi programmi per il 3° anno (in vigore dal Settembre 2007), i termini usati per definire contenuti ed abilità sono identici. I commenti corrispondenti verranno però sostituiti da: ***“L'uguaglianza dei tre rapporti è ammessa dopo uno studio preliminare di casi specifici di rapporti. Si estende al caso in cui M e N siano rispettivamente su [AB) ed [AC). Il caso in cui I punti M e N non sono dalla stessa parte di A non viene studiato. Il teorema di Talete in tutta la sua generalità e reciprocità sarà studiato il 4° anno”.***

³ In Francia la notazione [AB] significa segmento; [AB) significa raggio; (AB) significa retta.

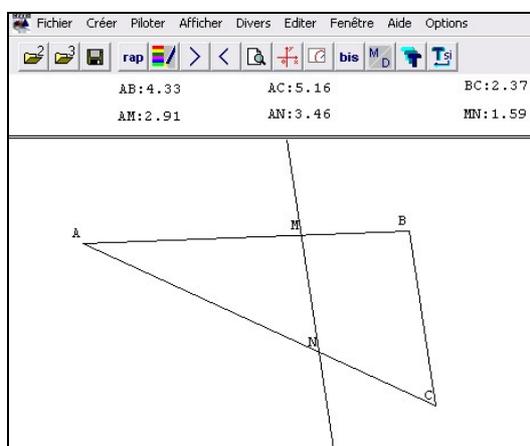
Seconda fase

I formatori impegnati nel modulo A hanno ricevuto le produzioni dei docenti in formazione, le hanno lette e commentate. La maggior parte dei tirocinanti ha scelto l'introduzione al Teorema di Talete. La lezione è suddivisa in momenti diversi.

All'inizio i docenti formatori commentano principalmente due osservazioni ricorrenti. Sulla scheda per gli allievi, i tirocinanti non hanno messo l'accento sulla proporzionalità. Tuttavia, quasi tutte le schede contengono la parola "proporzionalità" nel titolo, visto che la scoperta della proporzionalità è proprio il cuore della lezione! Ciò nonostante, le uguaglianze dei rapporti vengono introdotte molto velocemente, senza dare spazio alla dimostrazione della proporzionalità delle lunghezze dei lati dei triangoli. Gli scenari sono molto basilari, le diverse parti sono descritte solo brevemente, la parte dell'insegnante si nota a malapena. Inoltre la formulazione di una congettura finale non proviene dall'enunciazione di una proprietà.

In seguito i docenti in formazione lavorano in gruppi di 4, organizzati dai docenti formatori in base ai loro prodotti ed al loro coinvolgimento nei moduli precedenti (lo scopo dei formatori è quello di creare dei gruppi dinamici, con personalità complementari). Il compito assegnato ai gruppi consiste nel produrre collettivamente uno scenario ed una scheda per l'allievo che costituiranno la base di una presentazione al video proiettore nella seconda parte dell'incontro.

Uno dei docenti in formazione dovrà dunque presentare a tutti gli altri lo scenario rielaborato dal proprio gruppo. Gli altri insegnanti in formazione pongono delle domande che costringono colui che presenta il lavoro ed il suo gruppo a giustificare le loro scelte, dando così spazio alla proposta di alternative. In seguito i docenti formatori sintetizzano l'incontro, offrendo i loro personali commenti. Alla fine i partecipanti si accordano sull'adozione di uno scenario comune, simile a quello presentato. Uno dei docenti in formazione ha l'incarico di abbozzare e poi raffinare i documenti, cioè lo scenario e la scheda per l'allievo. (vedi l'Allegato A). Lo scopo dell'incontro è la creazione di una figura dinamica che aiuti gli allievi a formulare una congettura.



Un esempio di figura prevista

Terza fase

Non ci può essere una sperimentazione efficace in tutte le classi in cui insegnano i tirocinanti, perchè non tutti insegnano in una classe terza. La sessione filmata viene realizzata nella classe dell'insegnante in formazione volontario, senza che ci sia una valutazione ufficiale. Durante un incontro precedente, immediatamente prima della sessione, il docente in formazione ha presentato la sua classe ed il progetto ad uno dei docenti formatori. Allo stesso modo, subito dopo la sessione egli farà dei commenti a caldo.

Quarta fase

È la fase in cui si torna al modulo A. L'insegnante in formazione che ha tenuto la sessione condivide con gli altri le sensazioni provate per il fatto di essere filmato ed offre una breve analisi a posteriori della sessione. I docenti formatori completano questa analisi. Gli altri insegnanti in formazione intervengono per porre domande o per aggiungere a quanto è stato detto ciò che è successo quando sono stati loro in prima persona a tenere una sessione in classe. Comunque non viene fatto alcun lavoro con i docenti in formazione usando una presentazione del video o brani di esso. Ci sono due motivi principali per questo: innanzitutto, il modulo A è stato strutturato prima dell'inizio del percorso di formazione e la sua struttura è molto complessa. Il tipo di lavoro fatto per l'introduzione della proporzionalità in geometria ed alcune modalità di questa specifica esperienza sono state integrate nel corso dell'anno. È stato dunque difficile inserire un nuovo elemento nella formazione, tenendo conto delle limitazioni di tempo. Secondariamente, il lavoro basato su video è ancora poco usato nella formazione di insegnanti di matematica di scuola secondaria allo IUFM di Créteil, e nessuno fra i docenti formatori ed i docenti in formazione si sono sentiti pronti ad introdurre questo nuovo strumento come parte integrante della formazione.

LA SESSIONE IN CLASSE [*questa parte è stata videoregistrata*]

Presentazione del contesto

La sessione basata sulle IT è stata realizzata in una classe terza del college Edouard Herriot, a Livry-Gargan, nella periferia orientale di Parigi. La classe è composta da 23 allievi, suddivisi in due gruppi, uno di 11 allievi, con i quali era già stata fatta una lezione simile in precedenza, ed uno di 12 allievi da osservare, uno per ogni computer.

L'insegnante è un insegnante in formazione iniziale allo IUFM di Créteil. Secondo lui la gestione della classe non presenta particolari problemi.

In classe sono stati presi appunti dettagliati dell'attività degli allievi ogni giorno e viene considerata la partecipazione orale durante le sessioni.

La sessione è dedicata alla scoperta del Teorema di Talete a livello di 3° anno. Geoplan è già stato usato dall'insegnante sia sullo schermo che alla lavagna; la nozione di menu a tendina è stata introdotta agli allievi in questa occasione. Per quanto ne sa l'insegnante, gli allievi non hanno mai usato Geoplan né sono venuti nel



laboratorio informatico nel corso dell'anno o in anni precedenti, né per la matematica né per qualsiasi altra materia. Gli allievi stanno pertanto scoprendo un nuovo spazio per lavorare.

L'insegnante può porsi a priori le seguenti domande:

- Come reagiranno gli allievi al software? Sapranno come usare il menu a tendina? Sapranno ad esempio come si trova l'intersezione di due rette?
- Quali domande potranno riguardo alle funzionalità del programma? (L'insegnante si chiede in particolare se gli allievi cercheranno di capire se il calcolo dei rapporti fatto con la calcolatrice poteva essere eseguito ugualmente con l'aiuto del software).
- In che modo gli allievi gestiranno le loro schede di lavoro?

Riguardo alla congettura, l'insegnante spera che gli allievi dicano che le tabelle dei rapporti somigliano alle tabelle di proporzionalità e che questa affermazione derivi da una serie di esempi. L'argomento proporzionalità è stato trattato durante la settimana precedente, attraverso un ripasso del 2° anno in un quadro numerico o geometrico: saper riconoscere una situazione di proporzionalità (in un grafico o in una tabella), calcolare il quarto proporzionale.

Circa mezz'ora dopo l'insegnante programma di introdurre un momento di sintesi e di lasciare poi che gli allievi scrivano sui loro quaderni, restando al computer o facendone sedere una parte ai tavoli nel mezzo della stanza. L'inizio della lezione viene scritto sul retro della lavagna. L'insegnante prevede anche di dare agli allievi un disegno generico da incollare.

Sviluppo della sessione

1° periodo (16 min)

Ogni alunno ha un computer. Il software Geoplan viene aperto in ogni postazione. L'insegnante distribuisce velocemente le schede di lavoro. Gli allievi iniziano subito a lavorare e cominciano ad elaborare disegni con facilità. Mostrano una marcata tendenza a guardare lo schermo dei loro vicini e a farsi domande sui rispettivi progressi. L'insegnante gira per la stanza, muovendosi fra le postazioni.

La prima difficoltà nasce quando si tratta di creare il punto N. In seguito, qualche incertezza nasce quando si deve decidere quante cifre decimali devono essere mostrate per la lunghezza dei segmenti.

Alla fine gli allievi arrivano a mostrare sullo schermo le sei lunghezze richieste e allora l'insegnante chiede loro di riempire una seconda tabella. Gli allievi cancellano il triangolo di partenza per ottenere nuove misure.

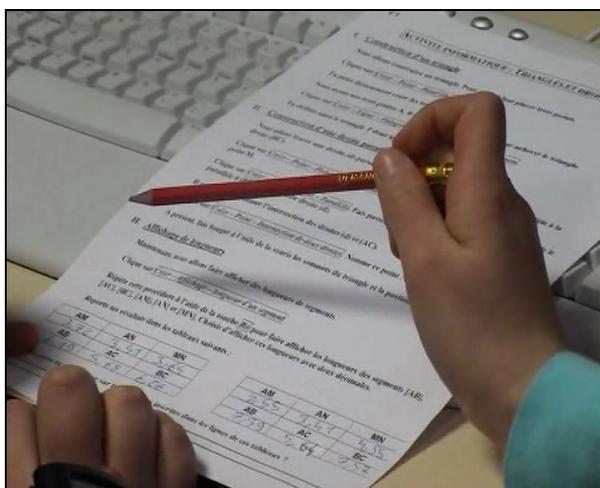
2° periodo (17 min)

A questo punto gli allievi restano perplessi, in primo luogo per la natura del compito (che cosa significa congetturare?) e poi per il compito stesso (che tipo di congettura possono fare?).

Allora l'insegnante cerca di metterli sulla strada giusta richiamando sia le tabelle che l'argomento trattato in classe la settimana precedente. Gli alunni iniziano a citare il teorema di Pitagora (stiamo facendo geometria!), e uno di loro nomina la proporzionalità.

Gli alunni pertanto prendono le calcolatrici per cercare di determinare un coefficiente di proporzionalità. Ma di fronte ai diversi risultati che compaiono sulla calcolatrice, esitano e trovano difficile formulare una congettura scritta. Tornano alla prima tabella per fare ulteriori calcoli.

L'insegnante si avvicina ad un allievo e riguarda i primi calcoli insieme a lui, chiedendogli poi di passare alla seconda tabella. L'allievo si mostra molto più soddisfatto dei risultati mostrati dalla calcolatrice, perché ognuna delle 3 cifre decimali comincia per 1,70.



Un esempio di tabella di un allievo

L'insegnante torna dall'allievo, cambia il numero di cifre nella parte decimale delle misure mostrate sullo schermo e gli chiede di considerare le nuove misure ed eseguire nuovi calcoli.

Segue una breve discussione sulla natura dei diagrammi (proporzionalità o meno) e sull'effetto della precisione delle misure.

L'insegnante chiede agli allievi di prendere i quaderni.

3^o periodo (15 min)

Gli allievi si organizzano velocemente, per poter vedere l'insegnante, il diagramma e scrivere ad un tavolo. (Alcuni allievi siedono a tavoli raggruppati al centro della stanza; altri restano dove sono, voltandosi se necessario).

L'insegnante comincia con l'affermazione: "Si può dire che le lunghezze dei lati del triangolo piccolo AMN sembrano proporzionali alle lunghezze dei lati del triangolo grande ABC".

Poi gira la lavagna, su cui era già stata scritta questa frase, e chiede agli allievi di copiarla sui loro quaderni.



A questo punto distribuisce una figura simile a quelle già studiate, ne mette una sulla lavagna e afferma che “in questa configurazione la tabella è quella della proporzionalità”.

Poi l’insegnante scrive la seguente proprietà (presupposta): in un triangolo ABC , se M è un punto sul lato $[AB]$, se N è un punto sul lato $[AC]$ e se le rette (MN) e (BC) sono parallele, allora le lunghezze dei lati del triangolo AMN sono proporzionali alle lunghezze dei lati del triangolo ABC . Gli allievi scrivono questa proprietà sul quaderno.

ANALISI A POSTERIORI DELLA SESSIONE IN CLASSE

C’è una buona gestione degli allievi, il cui coinvolgimento è notevole e sostenuto.

L’insegnante non ha incluso alcuno stadio intermedio di sintesi: i suoi interventi sono sempre personalizzati e quindi gestisce ripetutamente le difficoltà incontrate dagli allievi.

Nel corso del primo periodo (costruzione della figura e visualizzazione delle misure di lunghezza), l’uso del software sembra avere avuto un effetto di guida significativo sulla partecipazione degli allievi al compito assegnato. La struttura di Geoplan-Geospace ha mostrato l’importanza di progettare oggetti geometrici: diversi alunni sono stati confusi dal fatto che lettere minuscole usate come lettere maiuscole siano state rifiutate dal software. In generale, la necessità di definire gli oggetti da creare ha costretto gli allievi a prestare maggiore attenzione al vocabolario usato in geometria. La visualizzazione di misure di lunghezza ha indotto i ragazzi a porre domande riguardo al numero di cifre decimali. Tuttavia, non ci sono state domande relative all’unità di misura usata o alla scelta del numero di cifre da visualizzare.

Il passaggio dall’osservazione alla congettura non è stato fatto spontaneamente dai ragazzi. Anche dopo diversi richiami verbali da parte dell’insegnante gli allievi non hanno mai fatto cenno a situazioni di proporzionalità. Solo quando l’insegnante ha fatto ripetutamente riferimento alle altre tabelle usate la settimana precedente, uno degli allievi ha nominato la proporzionalità. L’effetto *Topazio* è qui chiaramente in evidenza.

A questo punto della sessione, notiamo che l’insegnante ha deliberatamente adottato una strategia che consiste nel sostituire al lavoro basato sull’osservazione della visualizzazione diretta di misure di rapporti da parte di Geoplan-Geospace, un lavoro sulle tabelle di misura con la calcolatrice. L’insegnante ha fornito due giustificazioni per questa scelta: in primo luogo il timore di difficoltà eccessive legate all’uso del software, visto che gli allievi usavano per la prima volta Geoplan-Geospace, e, secondariamente, si è riferito alla preparazione della sessione fatta durante il corso di formazione, in cui era stato evidenziato il rischio di oscurare la proporzionalità in un lavoro diretto sui rapporti.

Ma le difficoltà incontrate dai ragazzi con i calcoli, conseguenza diretta della sua scelta, non erano state previste dall’insegnante. In realtà, i risultati visualizzati dalle calcolatrici non sono tutti uguali. È quindi naturale che i ragazzi tendano a non



congetturare una situazione di proporzionalità. L'insegnante gestisce questo "incidente didattico" proponendo agli allievi di accrescere il numero di cifre decimali nella visualizzazione delle misure di lunghezza.

Leggendo la scheda per gli studenti si sarebbe potuto pensare che la seconda tabella fosse pensata per consolidare una convinzione derivante dal lavoro sulla prima: ma l'ordine secondo cui lavorano effettivamente gli allievi – completare le tabelle, calcolare i rapporti per entrambe le tabelle, al contrario del lavoro su una sola tabella, la congettura e il successivo lavoro sulla seconda – ha contraddetto il piano iniziale ed ha indebolito il processo sperimentale in modo significativo.

In conclusione ci si può anche chiedere come gli allievi percepiscano la proporzionalità, poiché la sessione che abbiamo osservato ci induce a pensare che è la rappresentazione didattica usata solitamente nelle classi – la tabella – che conduce al riconoscimento di una situazione matematica. In altre parole, si vede chiaramente che qui la nozione di proporzionalità non è disponibile e che è proprio la solita rappresentazione, supportata dal discorso dell'insegnante, che fa emergere la congettura voluta.

L'ultima parte della sessione, dalla congettura alla proprietà, è gestita in modo molto moderato dall'insegnante: non c'è lavoro sulla dimostrazione, non una parola sulla transizione stessa né sulle ragioni che stanno dietro tale scelta. Ci si può chiedere quali siano gli effetti di questa situazione sull'apprendimento degli allievi: essi non rimangono legati alla geometria della percezione (*si vede che ..., si può dire che ...*)? Quale status gli allievi attribuiscono alla proprietà cercata durante la sessione: universale o relativa al loro disegno? È davvero sempre vera o solo in alcuni casi, "quasi vera" qualche volta?

Alla fine della sessione si può prevedere un certo numero di modifiche:

- Due alunni ad ogni postazione.
- Far lavorare i ragazzi su un disegno (anche con i gesti) prima di farli lavorare al computer (rette, osservazioni e prime congetture).
- Far visualizzare i rapporti da Geoplan-Geospace.
- Porre nella prima tabella la lunghezza del lato [AB] del triangolo e la posizione di M su [AB], e poi muovere M su [AB].
- Far cominciare l'esplorazione dalle situazioni corrispondenti ai rapporti $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$.

ANALISI A POSTERIORI DEL PERCORSO DI FORMAZIONE

L'intera sperimentazione è fonte di nuove domande relative sia all'argomento trattato in classe, sia alla formazione degli insegnanti.

I docenti in formazione iniziale (ed anche gli altri) sono costretti a seguire delle indicazioni ufficiali. L'analisi della sessione tenuta in classe ed in particolare la scelta dell'insegnante di lasciare da parte la visualizzazione dei rapporti in favore dell'uso di tabelle e di una calcolatrice solleva la seguente domanda: la formulazione del teorema di Talete, così come compare nel programma, incoraggia un lavoro sui



rapporti o sull'aspetto della proporzionalità in geometria, come succede nel caso dei triangoli simili nel 5° anno? No c'è una risposta istituzionale, perchè questo duplice aspetto compare abbastanza esplicitamente in ciascuna delle tre colonne contenuti / abilità / commenti del syllabus. Sta dunque al docente formatore decidere in base alla "buona pratica" che i docenti in formazione intendono raggiungere come obiettivo. La scelta di far lavorare gli allievi direttamente sui rapporti ha il vantaggio di permettere loro di arrivare più facilmente ad una congettura, l'uguaglianza dei rapporti, ma incorre nel rischio di lasciare in ombra la proporzionalità delle lunghezze. D'altra parte, cercare di far elaborare ai ragazzi una congettura sulla proporzionalità può sembrare un obiettivo più significativo, ma più difficile da raggiungere, con il rischio di un minore coinvolgimento degli allievi. Va sottolineato che in entrambi i casi il lavoro viene fatto sulle misure e non sulle grandezze.

Per tenere in considerazione sia il duplice aspetto di cui sopra che l'analisi a posteriori della sessione, sembra ragionevole, anche in base ai suggerimenti che sembrano provenire dalla lettura dei nuovi programmi, proporre i seguenti passi ai docenti in formazione:

- Cominciare con un lavoro con carta e penna su casi semplici.
- Far elaborare agli allievi congetture su questi casi semplici in termini di "...volte più..." "... volte meno ..."
- Tradurre queste congetture in termini di uguaglianza dei rapporti.
- Ricorrere al software di geometria dinamica per rafforzare questa congettura attraverso la visualizzazione dei rapporti.
- Enunciare la proprietà cercata, nella duplice versione proposta dal programma, lunghezze proporzionali e uguaglianza dei rapporti.

CONCLUSIONE

Oltre gli obiettivi di formazione definiti nella prima parte di questa presentazione, il lavoro nel tirocinio, basato sulla costruzione di un'attività di una sessione identica per tutti i docenti in formazione è stato fatto *a priori* per due motivi:

- Facilita il lavoro a moduli (prima e dopo).
- Incoraggia lo studio degli effetti della pratica dell'insegnante sulle attività degli allievi da un singolo compito prestabilito.

La riflessione che scaturisce da questo lavoro ci induce a pensare che questa formazione efficace abbia raggiunto davvero gli obiettivi iniziali e sembra confermare la rilevanza di esperienze di questo tipo a diversi livelli:

- L'integrazione delle nuove tecnologie (IT) nella pratica dei docenti in formazione.
- L'importanza della produzione di situazioni scritte e della loro applicazione.
- La diversità e profondità degli scambi fra insegnanti in formazioni e fra docenti e insegnanti in formazione.



- L'emergere di una situazione tipica, la cui validità, tutta da verificare, sarebbe giustificata da un giusto compromesso tra un alto livello potenziale di uso da parte dei tirocinanti e un soddisfacente livello di efficacia nella classe (essendo il primo condizione necessaria, ma assolutamente non sufficiente, affinché il secondo si verifichi).

Tuttavia, il lavoro videoregistrato, portato a termine con un tirocinante, non garantisce in alcun modo un impatto sugli altri insegnanti in formazione. Restano aperti sia il problema della valutazione delle conoscenze acquisite dagli allievi della classe dell'insegnante che ha registrato l'esperienza, sia quello della valutazione dell'effetto che questo tipo di esperienza possa avere sulla pratica degli altri insegnanti in formazione.

LETTURE CONSIGLIATE

Alvez, Y., Le Yaouanq, M.-H., Carême, A., Chareyre, B., Cleirec, N., Gastin H., Guillemet, D. & Saint-Raymond C. (2005). *Collection Math'x: Seconde, Première S, Terminale S*. Editions Didier France.

Autour de Thalès (1995). Commission Inter IREM Premier Cycle.

Brousseau, G. (1995) Promenade avec THALES, entre la Maternelle et l'Université. In *Autour de Thalès*, IREM de Lyon Villeurbanne.

Hersant, M. (2005). *La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui*. Repères IREM N° 59, TOPIQUES éditions Metz

Robert, A. (2005). Quelles différences y a-t-il...? Exemples d'analyses didactiques d'exercices ou d'activités élèves (collège ou lycée). *Bulletin APMEP* 457, 226-238.

Web links⁴

Programmi Francesi

[<http://eduscol.education.fr/D0048/LLPPRC01.htm>]

[<http://www.cndp.fr/secondaire/mathematiques/>]

A.I.D. (Association pour l'Innovation Didactique) C.R.E.E.M. (Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques)

[<http://www.aid-creem.org/telechargement.html>]

C.R.E.E.M. era un centro specializzato all'interno del CNAM (Conservatoire National des Arts et Metiers) creato nel 1972. per più di 10 anni C.R.E.E.M. è stato un collaboratore privilegiato del Ministero dell'Istruzione Nazionale nella gestione dei Lycee e dei College, e in seguito responsabile dello sviluppo di nuove tecnologie (DITEN, e poi DISTNB). Il 26 Febbraio 2003, CREEM è stato chiuso definitivamente. È stato sostituito dall'Associazione per le innovazioni didattiche.

Geoplan/Geospace

[<http://www.crdp-reims.fr/Ressources/lib/Titres-reseau.htm?produits/pdt118.htm>]

⁴ Attivi a Dicembre 2006.



Geoplan-Geoplace è un software matematico basato su Windows che può essere usato dalla scuola primaria fino all'università e che permette rappresentazioni dinamiche ed interattive. Permette all'utente di definire e manipolare oggetti numerici e geometrici nel piano o nello spazio (punti, rette, cerchi, sfere, solidi, poliedri convessi, numeri, trasformazioni, luoghi, curve, vettori, funzioni numeriche, successioni numeriche, prototipi ecc.). Queste creazioni e manipolazioni possono essere automatizzate aggiungendo nuovi comandi.

Cabri [<http://www.cabri.com/v2/pages/fr/index.php>]

Cabri II Plus è uno strumento per la realizzazione di costruzioni geometriche, proprio come si farebbe su carta con una matita, un righello, un compasso ed una gomma. Il software apporta una nuova dimensione a queste costruzioni: la figura ed i suoi elementi possono essere manipolate liberamente dall'utente e la costruzione viene immediatamente aggiornata. Le costruzioni possono essere integrate in documenti (su Mac o Windows) o pubblicate in Internet (Cabri, Java).

La seconda sperimentazione

di Annette Jäpelt*

OBIETTIVI

Per i docenti in formazione:

- Sviluppare un piano di una lezione che preveda l'uso di un programma di geometria dinamica.
- Imparare ad usare le nuove tecnologie nell'insegnamento.

Per gli allievi:

- Imparare ad usare un programma di geometria dinamica.
- Dedurre la connessione tra proporzionalità e triangoli simili usando un programma di geometria dinamica.

PROPOSTA

All'inizio i docenti in formazione devono imparare ad usare il programma di geometria dinamica. Usiamo il programma Geometer, una versione danese di Geometer Sketchpad. Attraverso alcuni esercizi gli studenti familiarizzano con le più comuni funzioni del programma relative alla geometria classica.

In seguito, focalizziamo l'attenzione sull'idea che ci interessa: la connessione tra proporzionalità e triangoli simili.

* Skårup Seminarium, Danimarca.



Definizione: *Due figure sono simili, quando una di esse è una dilatazione dell'altra.*

Gli studenti sanno come si usa la connessione, ma non hanno ancora approfondito l'esplorazione dei particolari teoremi relativi a questa idea.

Dopo la lezione gli allievi analizzeranno questi teoremi più da vicino per dimostrarli ed utilizzarli. In parte il teorema della moltiplicazione intorno ad un punto ed in parte l'idea di triangoli simili e le loro proprietà:

Il triangolo ABC ha angoli corrispondenti uguali al triangolo A`B`C` .

Il triangolo ABC ed il triangolo A`B`C` hanno angoli corrispondenti uguali.

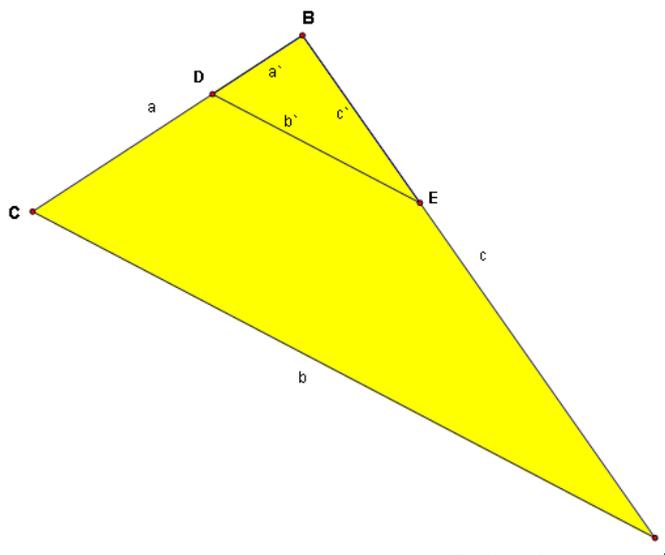
I *rapporti* tra i lati corrispondenti di due triangoli sono uguali, cioè

$$a'/a = b'/b = c'/c$$

Quando i docenti in formazione hanno acquisito una certa familiarità con il programma Geometer e con le proprietà di triangoli simili, il loro compito consiste nel preparare una lezione per una classe. Lo scopo del compito è di introdurli al programma ed alle proprietà dei triangoli simili.

Il corso, che finisce qui, è seguito da una prova di valutazione.

In seguito i docenti in formazione avranno una settimana di studio dedicata alla matematica, durante la quale i docenti formatori hanno programmato due giornate per delle verifiche sulla proporzionalità in geometria.



Length of sides in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
BC = 5,11 cm	BD = 1,70 cm
BA = 5,63 cm	BE = 1,88 cm
CA = 7,38 cm	DE = 2,46 cm

Ratio between the sidelengths in the triangles

$$\frac{BC}{BD} = 3,00$$

$$\frac{BA}{BE} = 3,00$$

$$\frac{CA}{DE} = 3,00$$

Angles in the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
m∠CBA = 86,66°	m∠DBE = 86,66°
m∠BCA = 49,62°	m∠BDE = 49,62°
m∠BAC = 43,72°	m∠DEB = 43,72°

Areas of the triangles

Triangle ABC	Triangle ADE
Area ΔBCA = 14,37 cm ²	Area ΔBDE = 1,60 cm ²

Ratio between the areas in the triangles

$$\frac{(\text{Area } \triangle BCA)}{(\text{Area } \triangle BDE)} = 9,00$$

Illustrazione della proporzionalità

ISTRUZIONI PER I DOCENTI IN FORMAZIONE

Ci sono circa 25 insegnanti in formazione al Seminario di Skårup. L'età dei partecipanti è molto varia e la distribuzione è di circa 50% di donne e 50% di uomini.

Prima di cominciare questa fase, i docenti in formazione si sono esercitati con il programma Geometer come introduzione ai possibili usi generali (operazioni, disegni, misure e calcoli). Lo scopo era semplicemente di far esercitare i docenti in formazione prima di iniziare il lavoro di preparazione della lezione per gli allievi.

Ho personalmente introdotto questa fase nel modo seguente:

“I vostri obiettivi per le prossime due settimane sono di essere capaci di fare un'introduzione e creare un documento che consenta agli allievi di:

- Disegnare triangoli usando il programma Geometre.



- Imparare qualcosa sulla proporzionalità e sui triangoli simili per mezzo del programma di geometria dinamica.

I docenti in formazione lavorano in gruppo ed ogni gruppo elabora una proposta; l'intera squadra poi sceglie la miglior proposta.

Questo compito dovrebbe essere svolto in una settimana (quattro lezioni)".

Ho promesso all'insegnante della classe in cui la sessione sarebbe stata pilotata, di riassumere questa parte. Se necessario, dedicherò una lezione supplementare alle IT. Permetterò agli allievi di usare le conoscenze matematiche acquisite precedentemente per portare a termine una vera indagine, cioè trovare l'altezza di un albero usando misurazioni concrete e poi fare calcoli usando le proprietà dei triangoli simili.

Mi piacerebbe molto che consideraste anche altre situazioni della vita reale dove gli allievi possano applicare il concetto di proporzionalità.

I docenti in formazione lavorano con *Geometer* nel laboratorio di informatica sulle possibili connessioni con i triangoli simili. Lavorano per stabilirle (proprietà 1 e 2 sopra).

Consiglio ai docenti in formazione di fare ciò che segue:

- Disegnate un triangolo ABC.
- Dilatate o riducete il triangolo di un certo coefficiente, usando le istruzioni del programma (il risultato sarà che i lati saranno aumentati o diminuiti di un certo coefficiente). Ora avete un nuovo triangolo ADE.
- Misurate le lunghezze dei lati dei due triangoli ABC e ADE.
- Trovate la relazione tra i lati simili dei due triangoli.
- Misurate gli angoli dei due triangoli.
- Fate variare i punti.
- Fate variare il rapporto.
- Deducete la relazione tra i lati e gli angoli di triangoli simili.
- Misurate l'area dei due triangoli e deducete la relazione tra le aree.

Nell'esercizio sopra, prima si variavano i lati e poi gli angoli.

Nel secondo metodo possiamo anche operare all'inverso, ponendo prima gli angoli uguali e poi analizzando la relazione tra lati simili. Ciò che facciamo in questo caso è cominciare con i lati paralleli e trovare poi che i triangoli sono proporzionali.



Segui le istruzioni, usando Geometer:

- Disegna un triangolo ABC.
- Disegna una retta nel triangolo. Questa retta deve essere parallela ad uno dei lati, per esempio parallela al lato BC. In questo modo hai un nuovo triangolo ADE.
- Misura le lunghezze dei lati.
- Trova la relazione tra i lati simili dei due triangoli.
- Puoi far variare sia i punti che la retta parallela.
- Deduci cosa vale per i due triangoli.
- Misura l'area dei due triangoli e confronta la relazione tra le aree con la relazione tra i lati.

In questo caso gli angoli sono identici e si trova che le lunghezze dei lati sono in un rapporto costante fra loro. Se hai ancora tempo a disposizione puoi pensare a quali esempi pratici possono essere inclusi.

I docenti in formazione lavorano su questi punti per due lezioni.

Il docente formatore ha scelto di permettere all'intero gruppo di insegnare agli allievi, poiché sarebbe utile per i tirocinanti preparare la lezione e implementarla con gli allievi.

Visto che la maggior parte degli allievi devono sedersi da soli o in coppia davanti al computer, la cosa migliore sarà avere un insegnante in formazione ad ogni postazione.

Gli allievi non hanno ancora usato un software di matematica: pertanto avere un tutor accanto a ciascuno sarà di beneficio a tutti.

Inoltre, i docenti in formazione si faranno un'idea più precisa di che cosa gli allievi potranno capire quando andranno ad insegnare ad una classe intera. Spero anche che questo incoraggi i futuri insegnanti ad usare le IT nelle loro lezioni di matematica quando diventeranno insegnanti a tutti gli effetti. Forse saranno riusciti a superare un limite e potranno essere meno riluttanti nell'usare software matematici quando divengono insegnanti.

I docenti in formazione lavorano in gruppi per elaborare proposte di lezione per gli allievi. In seguito l'intero gruppo decide come la lezione sarà condotta.

ISTRUZIONI PER GLI ALLIEVI

Viene pianificata una lezione, che si tiene nel laboratorio informatico dello Skårup Seminarium.

Le istruzioni dei docenti in formazione per gli allievi:

Lezione sulla Proporzionalità.

Avvia il programma GEOMETER

Prendi 3 punti; A, B, C



Unisci i punti per creare un triangolo

Misura gli angoli del triangolo

Misura i lati

Moltiplica per 2 dal punto A, cioè dilata le rette dal punto A (2:1)

Quando le rette AB e AC sono dilatate, i nuovi punti vengono rinominati. Unisci questi due punti per creare un nuovo triangolo.

Misura le lunghezze dei lati e degli angoli del nuovo triangolo

Riesci a vedere delle somiglianze tra i due triangoli?

Quali somiglianze vedi?

Sai formulare un teorema a partire dalle tue osservazioni? Se è necessario, disegna più figure per verificare il tuo teorema.

*Trova l'area dei due triangoli ($\frac{1}{2}$ altezza * base)⁵*

Qual è la relazione tra queste due aree?

Alcuni insegnanti tirocinanti scelgono di lavorare in modo più indipendente, ma la maggior parte di essi ha deciso di usare le istruzioni scritte.

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE AI TIROCINANTI

Due lezioni sono state impiegate per l'auto-valutazione sugli esercizi come base per le similitudini.

I docenti in formazione sono arrivati a risultati abbastanza differenti durante le due lezioni. Per tutti l'uso delle IT rappresenta un vantaggio ma alcuni accettano tranquillamente questo strumento e lo usano, mentre altri non si mostrano molto sicuri e sono molto lenti; la maggior parte comunque è a metà fra questi due estremi.

Come in precedenza, le due lezioni successive sono state usate per preparare la lezione per gli allievi e di nuovo la migliore proposta è stata scelta dall'intero gruppo.

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE AGLI ALLIEVI

Gli allievi, di circa 14 anni, sono venti e provengono da Øster Åby Friskole.

Viene pianificata una lezione, tenuta nel laboratorio informatico dello Skårup Seminarium. Gli allievi conoscevano poco la proporzionalità e non avevano mai usato dei software matematici.

Alcuni dei docenti del corso di formazione avevano già fatto visita alla classe una volta, durante la lezione sui telefoni cellulari. L'insegnante di matematica della classe era presente durante la lezione, ma soltanto come osservatore.

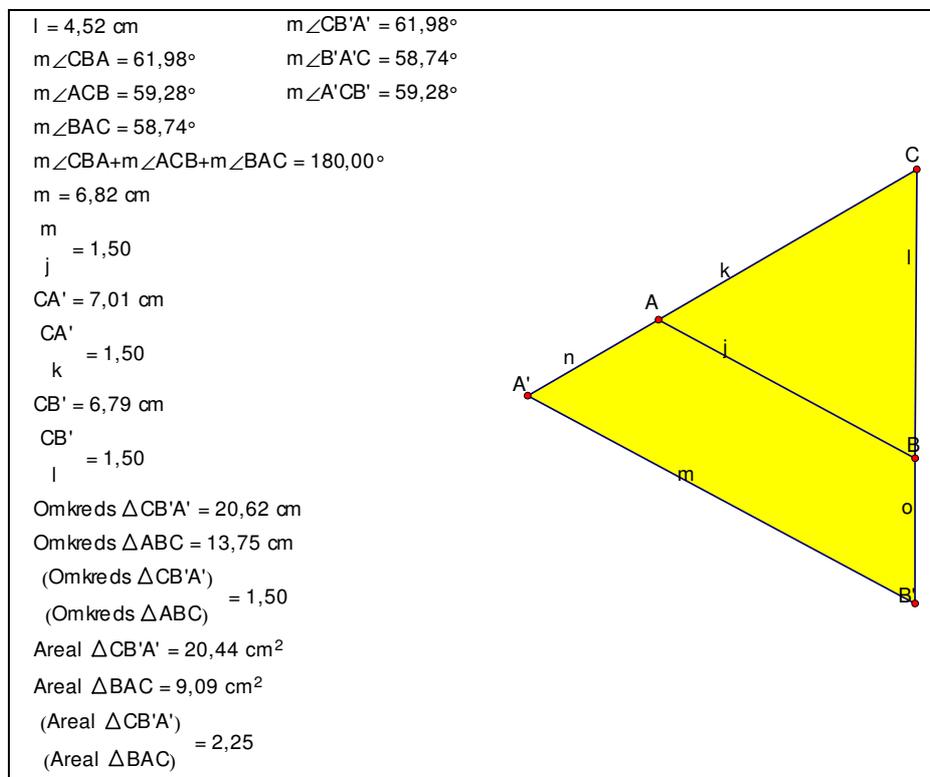
Gli allievi lavorano da soli o a coppie e ci sarà almeno un insegnante in formazione ad ogni computer per guidarli.

⁵ È possibile misurare l'area senza calcolarla ed io (il docente formatore) lo trovo molto più appropriato a questo livello, perchè il centro dell'attenzione non è su come calcolare l'area, ma sulla proporzionalità.

Uno dei futuri insegnanti ha dato il benvenuto alla classe ed ha introdotto la lezione. Poi gli allievi hanno iniziato a lavorare *usando* Geometer. L'introduzione fatta dall'insegnante in formazione agli allievi può essere vista come "Istruzioni per gli allievi".

Tutti i gruppi hanno raggiunto i punti descritti. La collaborazione tra gli allievi e i docenti in formazione è stata buona. In generale gli allievi si sono mostrati coinvolti in tutti i punti che richiedevano l'uso del programma Geometer e i docenti in formazione sono stati di grande aiuto.

Alcuni allievi sono riusciti a dedurre conclusioni generali ma c'è stata una grande varietà di prodotti e l'ansia di raggiungere risultati di alcuni tirocinanti li ha indotti a guidare alcuni allievi verso la conclusione richiesta. Dopo la lezione gli allievi hanno consegnato i loro lavori.



Esempio di tracciato di uno degli allievi

Osservazione: Poiché tutti i calcoli all'interno del programma sono fatti direttamente a partire dai valori misurati, è facile fare un confronto diretto tra i rapporti senza considerare le posizioni relative dei triangoli.

VALUTAZIONE

L'insegnante di matematica della classe ha valutato la lezione come buona.

Ho creato uno schema di valutazione per i docenti in formazione, come base per un dialogo. Lo schema di valutazione è riportato di seguito, con alcune risposte già inserite.

Compito	Cose buone	Cose cattive
Preparazione della lezione agli allievi	<i>Lavoro in coppie; sono emerse molte idee, buone per scambi o discussione di idee. Migliore modalità di apprendimento.</i> <i>Scoprire quali conoscenze sono richieste prima del lavoro con le IT.</i>	
Apprendimento degli allievi	<i>È interessante vedere le esperienze sorprendenti per gli allievi.</i> <i>Il fatto che hanno dovuto affrontare i problemi da soli.</i>	<i>Troppo poco spazio nel laboratorio informatico.</i> <i>Computer non sufficienti.</i>
Che cosa hai imparato dalla lezione?	<i>Come pianificare una lezione in cui l'uso delle IT è efficace e pertinente.</i> <i>Ho scoperto che devo migliorare la mia conoscenza di Geometer.</i> <i>Assimilazione facilitata dall'uso del programma matematico.</i> <i>Sono arrivato a capire meglio il programma stesso usandolo per qualcosa di concreto.</i>	

COMMENTI

La seguente sessione con i docenti in formazione è una connessione teorica fra la proporzionalità ed i triangoli simili. Normalmente sceglierei di dimostrare i teoremi sui triangoli simili e sulla proporzionalità senza alcuna attività di scoperta, ma la proposta in questo caso consiste nello sperimentare prima le proprietà attraverso le IT. La discussione eventualmente può essere relativa all'ordine delle attività: ipotesi e dimostrazione prima oppure sperimentazione attraverso il software. Personalmente penso che dovremmo variare, visto che fra i docenti in formazione non ci sono opinioni non ambigue. Sembra che i più giovani preferiscano la via delle tecnologie, mentre gli altri sono più divisi. Una possibile spiegazione potrebbe essere che spesso i docenti in formazione più giovani hanno maggiore dimestichezza con il computer.

Il coinvolgimento diretto, sia nella pianificazione di una lezione sia nella sua implementazione nella classe, è stato un'esperienza molto proficua sia per me come formatore, che per i docenti in formazione.

I formatori sono normalmente coinvolti come assistenti più che come partecipanti, durante il tirocinio pratico dei docenti in formazione: personalmente, grazie all'esperienza fatta in questo progetto, cercherò di cambiare questa situazione. Seguire l'intero processo, dall'apprendimento iniziale dei tirocinanti fino alla lezione in classe dopo la fase di preparazione, è stato molto importante. Il coinvolgimento dei tirocinanti è stato notevole e rilevanti le loro riflessioni. Il numero di studenti direttamente coinvolti cresce con il progressivo riconoscimento della rilevanza di ciò



che viene insegnato. Essere in grado di mettere in pratica immediatamente ciò che si è appreso risulta altamente motivante.

Sarebbe auspicabile che l'intero processo di formazione degli insegnanti fosse basato su un'interazione regolare fra teoria e pratica, in modo da avere delle discussioni collettive su argomenti relative al tirocinio su base mensile.

Follow up

I docenti in formazione hanno usato la similitudine in parte attraverso misurazioni pratiche.

Esempi di questo sono: la larghezza di un fiume, la sperimentazione di come un boscaiolo misuri l'altezza degli alberi, la pendenza di un tetto per un carpentiere, interazione con la fisica e la chimica riguardo alle distanze nell'universo ed alla determinazione delle lunghezze d'onda, interazione con la geografia riguardo alle scale ed alla lettura delle mappe.

Ringraziamenti

Grazie alla Øster Åby Free School, classe settima ed al suo insegnante di matematica, Brian M. Østergård.

Un grazie va anche alla mia classe di matematica 22.4 allo Skårup Seminarium per la sua gentilezza.

LETTURE CONSIGLIATE

Hessing, S. (1987). *Landmåling anvendt matematik og geografi*. Forlaget Brøns ApS

Jensen, A. B. (2002). *Manual til Geometer*, L&R Uddannelse

Thygesen, H. (1998). *Geometri med integration af informationsteknologi*. Gyldendal undervisning.

Web links⁶

The Geometer's Sketchpad [<http://www.dynamicgeometry.com/>]

Sketchpad è uno strumento dinamico di costruzione ed esplorazione che permette agli studenti di esplorare e capire la matematica in modi che non sono assolutamente possibili con strumenti tradizionali o con altri software di matematica. Con Sketchpad, gli studenti possono costruire un oggetto e poi esplorare le sue proprietà matematiche trascinando l'oggetto con il mouse. Tutte le relazioni matematiche si conservano, e ciò permette agli studenti di esaminare un intero insieme di casi simili nel giro di pochi secondi, conducendoli in modo naturale verso la generalizzazione. Sketchpad incoraggia un processo di scoperta nel quale gli studenti prima visualizzano ed analizzano un problema e poi fanno delle congetture prima di provare a dare una dimostrazione.

⁶ Attivi a Dicembre 2006.

La terza sperimentazione (all' Università di Bari) e Conclusioni di Yves Alvez, Jean-François Chesné e Marie-Hélène Le Yaouanq

Impressioni iniziali

Le esperienze condotte hanno mostrato un buon interesse da parte dei docenti in formazione e da parte degli allievi, sia nel caso in cui avessero già usato questo tipo di software, sia in caso contrario. È emersa anche la necessità di assicurarsi che gli insegnanti siano formati in modo appropriato nel considerare le IT tra gli strumenti da usare nel loro lavoro con gli allievi.

L'idea era di aiutare i docenti in formazione ad usare le IT in classe sperando che, nonostante eventuali limitazioni materiali, la loro prima esperienza potesse essere abbastanza fruttuosa da incoraggiarli a continuare su questa strada. Questo obiettivo è stato raggiunto dai più a Créteil e Skårup.

IL TERZO STUDIO PILOTA

L'argomento della proporzionalità in geometria è stato sperimentato nella formazione iniziale degli insegnanti all'Università di Bari, in Italia, usando le esperienze formative già utilizzate dallo IUFM di Créteil e dallo Skårup Seminarium.

Di seguito si riporta una sperimentazione condotta da R.I. Ancona e M.A. Giovinazzi, due insegnanti di scuola secondaria inferiore.

Classi partecipanti

Due classi, seconda e terza della scuola secondaria inferiore (alunni di 12-13 anni):

- Scuola media statale “E. Fieramosca”, Barletta (Ba), composta da 23 allievi.
- Scuola media statale “A. Manzoni”, Massafra (Ta), composta da 25 allievi.

Tempi, strumenti e materiali

Nella fase di programmazione abbiamo previsto almeno 4/5 ore di attività in laboratorio (oltre l'attività matematica in classe). Nell'effettiva implementazione solo 3 ore sono state dedicate alle attività di laboratorio.

Oltre il materiale didattico standard sono stati usati il software “Geogebra” nella classe A e “Cabri II plus” nella classe B.

Analisi a priori delle classi coinvolte nel progetto di insegnamento e pianificazione dell'attività

Nella classe A c'è un'ampia gamma di competenze; l'ambiente di lavoro è collaborativo, con una partecipazione attiva degli allievi alle discussioni collettive. Gli allievi hanno buone capacità nell'uso del computer, ma nessuna esperienza precedente nell'uso di software matematico dinamico.



Nella classe B il livello medio è più alto (Si possono evidenziare solo due o tre casi di lievi difficoltà cognitive). Gli allievi sono esperti nell'uso di Cabri.

In entrambe le classi l'argomento "rapporti e proporzioni" è stato introdotto e trattato nelle settimane precedenti la sperimentazione.

Gli obiettivi dell'esperimento erano i seguenti:

- Monitorare gli effetti dell'uso di un software educativo interattivo nell'insegnamento della geometria.
- Verificare se la preparazione di schede di lavoro appropriate può essere di aiuto nel controllare il ragionamento intuitivo stimolato dall'uso di questo software.

Sono stati previsti due momenti relativi alla pianificazione dell'attività al computer:

- Introduzione del software Geogebra (questa fase ha riguardato solo una delle classi coinvolte nel progetto, poiché l'altra classe aveva già dimestichezza con Cabri).
- Consegna di una scheda di lavoro pratica relative alla "Scoperta del Teorema di Talete".

Il tipo di domande da inserire nello schema strutturato varia a seconda della loro natura e dei loro obiettivi. Abbiamo previsto:

- domande per la riflessione su e la verifica delle costruzioni basate sul software;
- domande per la riflessione sulle azioni dinamiche fatte;
- domande su deduzioni spontanee ed ipotetiche non formalizzate;
- domande di controllo su ragionamenti precedenti fatti dagli allievi in coppia.

La scheda è stata distribuita agli allievi che lavoravano in coppie.

Analisi e riflessioni sulla sperimentazione

Usò di un software interattivo e confronti:

Non abbiamo rilevato particolari difficoltà relative alle costruzioni in alcuna delle classi. Tuttavia la conoscenza limitata del software Geogebra non ha permesso agli allievi di utilizzare il software per calcolare i rapporti tra i lati, che dovevano inserire nella tabella dei rapporti tra i lati dei due triangoli. Questo li ha portati ad affrontare il problema del calcolo approssimato, che a sua volta li ha indotti a trovare rapporti "vicini" invece che "uguali" la maggior parte delle volte ("notiamo che i risultati delle divisioni si somigliano").

Entrambe le classi sono abituate a lavorare a coppie, specialmente in laboratorio. La classe "esperta nell'uso del software" si è mostrata capace di notevole sintesi, mentre nell'altra classe si è notata una chiara necessità di "descrivere" anche la minima osservazione in modo dettagliato. Le discussioni sono state generalmente buone, specialmente in coppie con un divario cognitivo né eccessivamente alto né eccessivamente basso.

Aspetti dinamici del ragionamento e conclusioni raggiunte

Nella classe “*esperta*” l’uso di Cabri ha fatto da supporto alla costruzione dei ragionamenti; in realtà ha aiutato a verificare idee intuitive che gli allievi consideravano valide (per esempio, l’idea che molti hanno avuto e subito rifiutato, che la similitudine dei triangoli implica “rapporti unitari tra i loro lati”). Nel caso di una retta che interseca il triangolo in un punto D, però, l’unico aspetto messo in rilievo è stato un chiaro riconoscimento dei triangoli diversi, senza riflessioni relative ai rapporti fra i lati.

L’uso di Geogebra ha permesso agli allievi di controllare alcuni aspetti geometrici, ma il risultato delle operazioni con la calcolatrice hanno provocato un certo imbarazzo. Tuttavia la scheda chiedeva agli allievi di muovere il punto D molte volte e di registrare il relativo rapporto; pertanto in alcuni casi, i valori erano “quasi completamente” uguali; inoltre, la scheda focalizzava di nuovo sui rapporti, innescando una nuova fase di controllo dei ragionamenti precedenti.

Nella fase finale, molte coppie tendono a controllare i rapporti quando affrontano il problema di un’altra retta che interseca il triangolo in D.

Riflessioni sull’intero esperimento

Certamente questo esperimento tende a confermare che l’uso di un software di geometria dinamica accresce il valore dell’attività, rendendo gli oggetti geometrici dinamici e confermando/riflettendo/costruendo immagini mentali. Ciò nonostante, non si può fare a meno di usare contemporaneamente degli strumenti che permettono il controllo di intuizioni che accompagnano questo tipo di lavoro. Crediamo che la scheda di lavoro sia stata uno strumento utile non solo per capire tutti i processi in corso, ma anche perché completare la scheda implica un lavoro di scambio di idee con i compagni. Ciò che manca è certamente una fase successiva di “condivisione” generale delle idee quando si progetta una “scheda di classe”.

DIFFERENZE

Alcune differenze sono comunque emerse fra i diversi partecipanti al progetto riguardo:

- la scelta del software e delle relative attività (l’interfaccia dei diversi software porta ad una certa costruzione delle figure, con inferenze sui processi di ragionamento e di apprendimento);
- l’obiettivo della sessione in classe in termini di contenuto matematico;
- le condizioni richieste per l’implementazione in classe;
- il livello di integrazione delle IT nei programmi scolastici dei vari paesi;
- l’importanza data alle IT nella formazione degli insegnanti;
- il livello di familiarità dei formatori con le IT, il modo in cui le usano nell’insegnamento ai propri allievi e nella formazione iniziale degli insegnanti.



La valutazione della sessione in classe conferma i benefici portati dall'uso dei software di geometria dinamica ma rivela anche che la semplice conoscenza di come si usano tecnicamente non è sufficiente.

Bisogna insegnare agli allievi come si studiano i risultati a cui sono arrivati e come si collegano alle conoscenze precedentemente acquisite, se devono trarre autonomamente delle congetture dalle loro osservazioni.

VALUTAZIONE GENERALE DELL'ESPERIENZA FORMATIVA CON I DOCENTI IN FORMAZIONE

Le tre esperienze di formazione hanno evidenziato quattro fasi nel lavoro svolto con i tirocinanti:

- uso del software di geometria;
- progettazione di una scheda di lavoro per gli allievi;
- implementazione nella classe;
- riproducibilità ed analisi degli esperimenti effettuati.

È evidente che i benefici dell'esperienza formativa per i docenti in formazione sarebbero molto maggiori se si combinassero queste quattro fasi.

La progettazione di una scheda per gli allievi comporta un'alternativa significativa: sarebbe vantaggioso progettare una scheda di lavoro per gli allievi comune a tutti i tirocinanti, e se sì in quale fase (prima o dopo le sessioni tenute in classe)?

La questione più importante nella preparazione di una sessione formativa è se sia più sensato partire da un documento preparato da ciascun insegnante in formazione individualmente e svilupparlo poi collettivamente durante la fase di messa in comune, oppure suggerire un lavoro di costruzione collettiva mirante ad un documento comune.

La scelta di creare una scheda comune a tutti i docenti in formazione prima della sessione in classe porta ad una fase di messa in comune più facile da gestire e pone l'accento sull'influenza della pratica in classe sulle attività degli allievi. Tuttavia questo rende potenzialmente più difficile per ogni insegnante in formazione usare il documento in modo individuale.

D'altro canto, creare una scheda per gli allievi individualmente permette a ciascun insegnante in formazione di preparare la propria sessione per intero, facilitando il loro coinvolgimento ed enfatizzando la loro responsabilità nella costruzione e nello sviluppo della sessione, ma non li porta ad un'analisi complessiva. Questo è tanto più vero in una sessione che prevede l'uso delle IT.

Assumiamo che la formazione professionale degli insegnanti sia arricchita dalla coesistenza di tutti questi diversi scenari.



Allegato A: Proporzionalità in geometria – Scheda per gli allievi

AL COMPUTER: TRIANGOLI E PARALLELE

Costruzione di un triangolo

Costruiremo un triangolo. Abbiamo bisogno di tre punti.

Clicca su **Crea – Punto – Punto libero – Nel piano**

Puoi creare direttamente i tre punti A, B e C.

Ora ci sono A, B, C. Li congiungiamo per completare il triangolo.

Clicca su **Crea – Linea – Poligono – Poligono dai vertici**

Ora è stato creato il triangolo T. I suoi vertici sono A, B e C.

Costruzione della retta parallela ad un lato del triangolo

Disegniamo una retta per M sulla semiretta AB, parallela alla retta per BC.

Clicca su **Crea – Punto – Punto libero – Su una semiretta**. Seleziona la semiretta AB e chiama M il punto.

Clicca su **Crea – Linea – Retta – Parallela**. Assicurati che questa retta passi per M e sia parallela alla retta per BC. Chiamata questa retta d.

Ora dobbiamo dare un nome al punto di intersezione di d ed AC.

Clicca su **Crea – Punto – Intersezione 2 rette**. Chiamata questo punto N.

Ora clicca sui vertici del triangolo e sulla retta d e trascinali.

Visualizzazione di lunghezze

Ora vogliamo visualizzare le lunghezze di alcuni segmenti.

Clicca su **Crea – Visualizza – Lunghezza di un segmento**

Usa la funzione Bis per ripetere questa procedura, in modo da ottenere le lunghezze dei segmenti AB, AC, BC, AM, AN e MN in successione. Fai visualizzare i numeri con due cifre decimali. Inserisci i risultati nelle due tabelle seguenti:

AM	AN	MN
AB	AC	BC

AM	AN	MN
AB	AC	BC

Quali legami puoi trovare tra i numeri scritti in queste tabelle?