

LES PROBLÈMES DU “MONDE RÉEL”

par Lucia Doretto*

INTRODUCTION

Nous considérons qu’il est important pour les professeurs en formation initiale de maîtriser à la fois la résolution de problèmes mathématiques et le choix et l’analyse de problèmes, ainsi que la manière de les poser en classe, afin de mieux stimuler le processus de réflexion des élèves. Les professeurs doivent prendre plusieurs décisions quant à l’organisation de leur propre enseignement: concernant le choix et la systématisation de ‘bons’ problèmes, la gestion des solutions personnelles des élèves durant les phases de mise en commun (discussion), les différents moyens possibles pour faire évoluer leurs solutions personnelles vers ce qui est l’objectif principal, des solutions expertes. Dans ce contexte, l’analyse a priori devient l’un des outils de la profession permettant aux professeurs de formuler leurs choix et leurs décisions (Charnay, 2003).

La proposition des problèmes du “Monde Réel” s’inscrit dans une catégorie d’activités qui stimulent le travail avec des problèmes commençant par une analyse a priori appropriée, afin d’identifier les concepts mathématiques en jeu et de déterminer si, comment et dans quel but ils peuvent être utilisés dans l’enseignement. Cette proposition offre la possibilité de choisir au moins un problème, parmi la série des trois proposés: «Quelle famille!»¹, «Coloriage bizarre»², «La poursuite»³, tirés du Rallye Mathématique Transalpin (RMT).



* Dipartimento di Scienze Matematiche e Informatiche, Italie.

¹ 12^{ème} RMT, Test I – Année 2004

² 12^{ème} RMT, Test II – Année 2004

³ 11^{ème} RMT, Test I – Année 2003

Le pilotage principal

par Lucia Doretti

LA PROPOSITION

La proposition des *problèmes du «Monde Réel»* est la première des deux mises en oeuvre au sein du projet LOSTT-in-MATH, en SSIS (Ecole de Spécialisation pour l'Enseignement dans le Secondaire), au Centre de Sienna, en Toscane.

Elle comporte un module d'enseignement en SSIS portant sur la résolution de problèmes. Dans ce module les stagiaires sont amenés à découvrir, à travers l'expérience du *Rallye Mathématique Transalpin* (RMT), le rôle central que joue l'activité de résolution de problèmes dans l'éducation mathématique des élèves. Il s'agit d'un concours mathématique international pour des classes du primaire et du secondaire, basé sur la résolution de problèmes⁴ (Jaquet, 1999) et auquel certains professeurs stagiaires en SSIS participent directement, particulièrement sur des aspects concernant la recherche dans l'enseignement (Crociani et al. 2001; Crociani, Doretti, Salomone, sous presse). Le choix des problèmes RMT est déterminé par leurs caractéristiques: être pertinent d'un point de vue mathématique et permettre des liens avec le programme de mathématiques enseigné en classe, motiver les élèves et stimuler leur engagement, répondre aux diverses étapes du développement cognitif des élèves, offrir la possibilité d'un éventail de stratégies de résolution et des occasions de développer les divers types de représentation du problème chez l'enfant.

Durant l'année scolaire 2004 – 2005, la proposition a concerné des étudiants en première année de SSIS, cours de Sciences Naturelles, qui désiraient obtenir le diplôme de l'enseignement des Mathématiques et des Sciences pour les Collèges. Le nombre total de professeurs stagiaires était de 15, aucun d'entre eux n'était diplômé en mathématiques.

Nous avons choisi de travailler sur le problème "Quelle famille!" qui nécessite des capacités de déduction logique plutôt que des connaissances spécifiques en mathématiques. Nous pensons que de tels problèmes, qui visent à développer des compétences de raisonnement chez les élèves, peuvent trouver leur place dans la pratique didactique.

Quelle famille!

Mr et Mme Calculs ont 5 enfants, dont les âges sont différents nombres pairs. La somme des âges des trois filles est égale à 30 ans. La somme des âges des fils est égale à 14 ans. La somme des âges des deux enfants les plus âgés est égale à 26 ans. La somme des âges des deux enfants les plus jeunes est égale à 10 ans.

⁴ les objectifs RMT sont explicites: la résolution de problèmes, le travail interactif, la responsabilité du groupe de classe, l'énoncé explicite des procédures mises en oeuvre pour résoudre le problème, la justification des solutions identifiées.

Indiquez l'âge de chaque enfant et dites explicitement s'il s'agit d'un garçon ou d'une fille.

Expliquez votre raisonnement et indiquez toutes les réponses possibles.

On présente aux professeurs stagiaires, qui travaillent en groupes, l'énoncé du problème. Ils sont invités à en discuter et à l'analyser en faisant des hypothèses sur les représentations, les stratégies et le raisonnement que les élèves pourraient utiliser, ainsi que sur leurs difficultés et erreurs éventuelles. Plus tard le problème sera présenté dans des classes, où les élèves vont le résoudre, travaillant en groupes, et comparer ensuite les procédures adoptées en présence du professeur stagiaire. L'activité s'achève en séance de formation, avec le compte-rendu par les stagiaires de leurs expériences en classe ainsi qu'une analyse de toutes les productions écrites des élèves sur lesquelles les stagiaires font des commentaires à la lumière de l'analyse a priori conduite antérieurement.

Thèmes mathématiques à développer: La résolution de problèmes.

Objectifs

Pour les formateurs

- Stimuler l'utilisation des pratiques d'enseignement qui considèrent la résolution de problèmes comme jouant un rôle central dans la construction des connaissances mathématiques.
- Accompagner les professeurs en formation initiale dans l'analyse a priori d'un problème et dans l'analyse a posteriori des productions écrites des élèves.
- Donner des consignes et un feedback.

Pour les professeurs en formation initiale

- Réfléchir sur l'activité de résolution de problèmes et sur le rôle qu'elle joue dans la formation mathématique des élèves.
- Travailler sur des problèmes qui ne se limitent pas à une simple application des procédures connues mais qui exigent une recherche plus individuelle, le développement de stratégies, la formulation de conjectures, vérifications et validation.
- Analyser un problème a priori avant de l'utiliser en classe afin d'évaluer soit les notions mathématiques en jeu, soit celles qui pourraient émerger, de prédire les stratégies des élèves, leurs modes de représentation, leurs difficultés, obstacles et erreurs éventuels.
- Observer les élèves quand ils sont engagés, en petits groupes, dans la résolution d'un problème.
- Réfléchir sur le rôle fondamental que jouent les activités coopératives et collaboratives dans la socialisation et le développement affectif et cognitif des élèves.
- Développer la capacité à analyser les productions d'élèves pour identifier non seulement les notions qu'ils ont utilisées, les difficultés qu'ils ont rencontrées



ou les erreurs qu'ils ont faites, mais aussi les différents niveaux quant au sens, à la consistance et à l'argumentation des réponses données.

- Réfléchir sur les différences possibles entre les prédictions faites lors de l'analyse a priori et les résultats de l'analyse a posteriori des productions d'élèves.
- Utiliser les informations collectées à la fois lors de l'analyse a priori et de l'analyse a posteriori des problèmes pour formuler des hypothèses sur des interventions spécifiques d'enseignement en classe, en cas de besoin réel.

Pour les élèves au collège

- Acquérir une expertise dans la résolution de problèmes qui présentent un défi personnel et qui stimulent à la fois l'intérêt et la motivation pour l'activité mathématique.
- Développer la capacité à travailler en groupes et à apprendre les règles élémentaires du débat scientifique: exprimer librement des idées, des conjectures, des chemins de raisonnement; développer des échanges mutuels, discuter, prendre des décisions, vérifier et valider ...
- Acquérir des procédures et des représentations nouvelles à travers les échanges avec les autres.
- Développer les capacités métacognitives à travers une réflexion sur les processus de la pensée qui accompagnent le processus de résolution et qui permettent de formuler la justification d'une réponse et la raison du choix d'un chemin particulier.
- Stimuler l'utilisation du raisonnement hypothétique et déductif.

Description de l'activité

Cette activité s'est déroulée en trois phases. La première et la dernière phase, qui durent 5 heures chacune, concernent les 15 étudiants en première année de SSIS, spécialisation en Sciences Naturelles; la seconde phase, qui dure 2 heures et qui a lieu dans un collège, est gérée par deux étudiants en SSIS.

Première phase (en séance de formation)

- Les formateurs discutent avec les professeurs en formation initiale de la signification du terme problème, des différents types de problèmes et de leur exploitation dans l'enseignement.
- On distribue aux professeurs en formation initiale qui travaillent en petits groupes, l'énoncé d'un problème tiré du RMT; ils le résolvent et conduisent une analyse a priori à partir des tâches données.
- Chaque groupe présente son travail aux autres groupes, en faisant des commentaires; les procédures de résolution adoptées ainsi que les analyses a priori effectuées font ensuite l'objet d'une discussion collective.
- Ils rédigent une analyse a priori commune du problème.



- Ils préparent une intervention en classe durant laquelle les élèves auront à travailler en petits groupes sur le problème.
- On choisit deux professeurs stagiaires qui auront tous les deux à présenter et à gérer l'activité en classe et à collecter les matériaux produits par les élèves.

Deuxième phase (*au collège*)

Le professeur stagiaire qui est effectivement présent dans la classe:

- Propose l'activité aux élèves en petits groupes et les motive.
- Observe le travail d'un des groupes au cours des différentes phases de la résolution du problème.
- Gère la discussion finale sur les solutions trouvées par les différents groupes.
- Collecte les productions écrites des élèves.

Troisième phase (*en séance de formation*)

- Les deux professeurs qui ont expérimenté en classe décrivent leur expérience avec les élèves.
- Les professeurs en formation initiale, répartis en petits groupes, analysent toutes les productions des élèves et font des remarques par écrit.
- Les analyses des productions d'élèves font l'objet d'une discussion collective et d'une comparaison avec l'analyse a priori du problème.
- Les formateurs et les professeurs stagiaires réfléchissent et discutent des interventions didactiques possibles qui pourraient aider les élèves à prendre conscience des erreurs faites et à surmonter leurs difficultés.

Les tâches

a) Tâches pour les professeurs stagiaires

- Quelles caractéristiques du problème peut-on mettre en évidence par rapport aux problèmes classiques?
- Quels sont les contenus mathématiques en jeu?
- Dans quelles classes pourrait-on poser ce problème?
- Quelles sont les notions mathématiques qui pourraient être mobilisées chez les élèves?
- Quels modes de représentation pourraient être mis en place?
- Quelles stratégies pourrait-on adopter?
- Les élèves seront-ils capables de se servir de critères pour savoir s'ils ont répondu correctement ou non?
- Quelles difficultés pourraient-ils rencontrer? Quelles erreurs pourraient-ils faire?
- Elaborez le scénario pour la classe d'une activité de résolution centrée sur le problème analysé, en faisant des commentaires a posteriori sur la mise en oeuvre et en proposant des modifications possibles.



- Comparez et commentez les procédures de résolution adoptées par les élèves, et les justifications données de leurs choix.
- Quel type d'interventions didactiques pourrait-on concevoir pour aider les élèves qui ont rencontré des difficultés ou qui ont adopté des procédures inadéquates?

b) Tâches pour les élèves

- Répartissez-vous en petits groupes et lisez attentivement le texte du problème.
- Echangez des idées et collaborez au sein du groupe.
- Essayez de comprendre à la fois les informations et les demandes contenues dans le texte du problème, choisissez une représentation de la situation et identifiez une stratégie de résolution possible.
- Vérifiez vos choix ainsi que les résultats obtenus.
- Réfléchissez sur le chemin suivi et expliquez par écrit votre raisonnement.
- Echangez des idées et discutez collectivement des procédures ainsi que des représentations utilisées.

Le pilotage

a) En séance de formation

Durant la première heure les formateurs discutent avec les professeurs en formation initiale de la signification du terme problème, des différents types de problèmes (problèmes pour les applications, problèmes pour la construction de nouvelles connaissances, problèmes pour le plaisir de la recherche et de la découverte) et des diverses exploitations possibles dans le processus d'enseignement.

Nous proposons ensuite le problème «Quelle famille!». Les professeurs stagiaires travaillent en groupes de deux ou trois. On distribue à chaque groupe le texte du problème ainsi que les tâches pour le résoudre et répondre à des questions par écrit. Ces questions visent à la collecte d'informations sur les connaissances mathématiques, les modes de représentation, le raisonnement, les stratégies, les difficultés et les erreurs éventuelles des élèves.

Le but des formateurs est d'amener les stagiaires à réfléchir sur le rôle important que joue l'analyse a priori du problème pour mieux évaluer son potentiel didactique et les exploitations possibles en classe.

On accorde à chaque groupe une heure et demie pour étudier le problème, le résoudre et faire ensuite un compte rendu, à l'aide du vidéo projecteur, de la ou des procédure(s) de résolution qu'ils ont trouvée(s) et enfin compléter leur analyse a priori.

Divers groupes essaient d'abord de résoudre le problème avec des outils algébriques en établissant un système d'équations. Les professeurs en formation initiale privilégient des procédés «d'experts» qui leur sont plus familiers, bien qu'ils ne soient pas appropriés à la gestion de la situation problème et qu'ils ne soient de toute manière généralement pas adaptés à des classes de collège. Ce n'est qu'après une

seconde lecture attentive du texte que les groupes parviennent à débloquent la situation et à appliquer un raisonnement hypothético-déductif ou combinatoire à partir des conditions fournies dans le texte lui-même. Beaucoup sont perplexes devant la demande explicite d'indiquer «toutes les réponses possibles», ce qui souligne implicitement l'existence de plus d'une solution. Il n'y a qu'un groupe capable de trouver les trois réponses correctes possibles, les autres groupes n'en fournissant qu'une ou deux.

Le travail préliminaire de l'analyse a priori du problème est effectué rapidement par tous les groupes, avec des réponses synthétiques. L'impression générale est que les stagiaires ne considèrent pas cette activité comme étant aussi importante que la solution du problème à laquelle ils vouent toute leur énergie. Un des étudiants souligne également les difficultés qu'ils ont éprouvées à répondre à certaines questions et à prédire le comportement des élèves.

La phase suivante, qui dure environ une heure et demie, est consacrée à une mise en commun des réflexions et à une discussion collective. Un membre de chaque groupe présente le travail de tout son groupe. La discussion porte sur les différentes modalités utilisées pour résoudre le problème, sur les chemins de raisonnement incomplet qui ne les conduisent pas à trouver toutes les solutions et aboutit à l'identification d'autres procédures différentes. Les stagiaires mettent particulièrement en évidence l'intérêt pédagogique de poser des problèmes qui offrent plus d'une solution, par opposition au modèle de problème largement utilisé qui n'a lui nécessairement qu'une seule solution.

Le débat qui suit amène les stagiaires à réfléchir sur leurs analyses a priori et à en formuler une autre, commune, en tenant compte des éléments qui se sont dégagés de la discussion collective. Pour un compte-rendu de cette analyse, voir Table 1.

Table 1: Analyse a priori commune du problème

Quels sont les domaines conceptuels rencontrés dans ce problème?

Arithmétique – Logique – Combinatoire

Ce problème pourrait être posé dans quelle(s) classe(s)?

En cinquième et quatrième

Y a-t-il des remarques à faire à propos du texte? Si oui, précisez-les et indiquez les modifications possibles.

Le texte est clair parce qu'il est décomposé en phrases simples.

Il est conseillé de le lire lentement et attentivement car il contient de nombreuses conditions.

Quels éléments du savoir mathématique les élèves peuvent-ils faire intervenir ou consolider? De quels éléments nouveaux pourraient-ils avoir besoin?l

La capacité à gérer de nombreuses conditions simultanément.

La capacité à développer un raisonnement hypothético-déductif.



Les capacités combinatoires (identifier toutes les paires et triades de nombres pairs dont le total correspond à une valeur donnée).

A quel type de représentations, procédures ou stratégies les élèves pourraient-ils avoir recours étant donné les acquis préalables qu'ils sont censés avoir?

L'expression de données par des symboles et des systèmes de manière à mieux les visualiser et à en faciliter la vérification.

Nous pensons que les procédures sont fondées sur un raisonnement soit hypothético-déductif soit combinatoire (analogues à celles trouvées par les stagiaires)⁵

Quelles difficultés les élèves pourraient-ils rencontrer et/ou quel type d'erreurs pourraient-ils faire?

Oublier certaines conditions parce qu'il y en a beaucoup à maîtriser en même temps.

S'arrêter à la première solution trouvée, ou, s'ils devinent qu'il y en a d'autres, s'arrêter à la seconde, sans vérifier qu'il n'y en ait pas d'autres possibles.

Utiliser des procédures algébriques de manière inadéquate (ainsi que les stagiaires l'ont fait eux-mêmes].

Soulignez les intérêts pédagogiques du problème en jeu.

Le problème offre plus d'une solution et se prête au travail en groupes, parce qu'il favorise la collaboration, les échanges et les discussions entre étudiants.

Les professeurs et les formateurs ont ensuite consacré une heure à préparer une intervention en classe durant laquelle les élèves devaient travailler sur le problème, répartis en groupes de deux ou en petits groupes, afin de favoriser à la fois les échanges et la discussion, et remettre aux stagiaires un certain nombre de productions écrites sur ce problème.

Le professeur stagiaire présent dans la classe devait, durant la phase de résolution du problème, observer les élèves au travail: il était convenu pour cette raison qu'ils ne porteraient leur attention que sur un seul groupe et qu'ils prendraient des notes sur les procédures adoptées par les élèves au cours des différentes phases.

Nous avons préparé une fiche d'observation pour ce type d'activité dont nous faisons le compte rendu, voir Table 2; elle contient quelques questions susceptibles de guider les élèves dans leur observation.

Table 2: Observation des élèves au travail

Phase de lecture et de compréhension du problème

Qui lit? La phase de lecture donne-t-elle lieu à une discussion? La phase de lecture et de compréhension dure combien de temps? Y a-t-il des élèves activement engagés qui expriment leur point de vue? Y a-t-il un meneur de groupe?

⁵ *Exemple d'une solution.* A partir des conditions données déduire que l'enfant du milieu doit avoir 8 ans (44 – 36). Il en découle que les enfants les plus jeunes doivent forcément avoir 4 et 6 ans. Supposez ensuite que l'enfant du milieu soit un garçon: l'autre garçon a alors 6 ans et le plus jeune enfant est une fille qui a 4 ans. Les deux enfants les plus âgés sont alors des filles et il y a le choix de deux âges possibles: 10 et 16 ans, ou 12 et 14 ans. Supposez à présent que l'enfant du milieu soit une fille, les deux enfants les plus âgés sont alors une fille et un garçon et les deux plus jeunes aussi. Puisqu'une des filles a 8 ans, il reste la somme de 22 ans pour les deux autres filles. La seule possibilité est $22 = 6 + 16$. Déduire qu'il y a donc trois solutions possibles: F16 F10 G8 G6 F4; F16 G10 F8 F6 G4; F14 F12 G8 G6 F4.



Phase de résolution

Au moment d'aborder la résolution du problème, le groupe est-il toujours uni ou est-il divisé? Y a-t-il des échanges qui se font durant cette phase de recherche? Quel type d'échanges? Y a-t-il des élèves qui ne participent pas?

Phase de validation et de contrôle des réponses trouvées

La/les solution(s) sont-elles discutée(s) au sein du groupe? Comment? Le processus est-il contrôlé? *Comment parviennent-ils à une décision sur la réponse à donner?* Y a-t-il toujours un meneur dans le groupe?

Phase de rédaction de la solution

Comment et pourquoi choisissent-ils un élève pour la rédaction de la solution? Est-ce que ceux qui ne rédigent pas en contrôlent le déroulement?

b) En classe

Deux professeurs stagiaires participent à la présentation du problème dans deux classes de cinquième, composées respectivement de 18 et de 20 élèves âgés de 12-13 ans. C'est la première fois que les deux stagiaires ont des interactions avec les élèves. Le professeur de la classe est présent durant toute l'activité, dont la durée totale est d'environ deux heures.

Afin de motiver les élèves, les stagiaires présentent le problème sous forme de jeu mathématique et de défi pour la classe, en les invitant à s'organiser eux-mêmes en petits groupes. Chaque groupe doit lire le problème attentivement, en discuter, le résoudre en adoptant une stratégie commune et expliquer par écrit le raisonnement suivi, en un temps limité de 50 minutes. Le travail produit par chaque groupe fera l'objet d'une discussion collective et de commentaires afin de décider qui a réussi le 'challenge'. Pendant que les élèves travaillent, le professeur stagiaire présent dans la classe porte toute son attention sur un seul groupe, l'observe et rassemble des informations sur leur manière d'aborder les différentes phases de cette activité de résolution de problème. Des questions conçues spécifiquement dans ce but sont utilisées.

L'activité en classe s'achève par une discussion sur les différentes procédures utilisées par les divers groupes et sur les justifications données. Cela amène les élèves à formuler des jugements explicites sur l'efficacité et/ou la pertinence de leurs procédures. A la fin de l'activité on collecte les productions écrites des élèves afin d'en discuter ultérieurement et de les commenter durant la séance de formation.

c) En séance de formation

L'activité, dont la durée totale est d'environ cinq heures, est de nouveau menée avec tous les stagiaires. Ceux d'entre eux qui ont expérimenté en classe racontent leurs expériences au reste du groupe.

Leurs expériences mettent en lumière différentes modalités d'interaction au sein des deux groupes d'élèves observés et leur impact sur le travail et les bons résultats. Les stagiaires réfléchissent ensuite sur l'importance de développer chez les élèves la capacité à travailler en groupes, qui implique d'être capable d'échanger des idées, de

contribuer personnellement et d'accepter les contributions des autres. On a aussi remarqué que c'est une capacité difficile à acquérir, surtout si elle n'est pas stimulée de manière appropriée et utilisée régulièrement.

Ensuite, les stagiaires se répartissent de nouveau en groupes et on leur distribue les productions écrites des élèves sur le problème, collectées en classe. Chaque groupe étudie le travail des élèves en ayant pour tâche de prendre des notes sur la compréhension du problème, les stratégies adoptées, les erreurs faites et les difficultés rencontrées, mais aussi sur les explications données (en faisant par exemple la distinction entre une réponse complète et pleinement justifiée et une simple vérification du résultat obtenu).

La phase suivante consiste en une mise en commun du travail, chaque groupe présentant individuellement leurs propres remarques pour en discuter ensuite ensemble avec les autres. Durant cette phase, les professeurs en formation initiale sont activement engagés et très motivés. Il est reconnu que l'analyse a priori et la discussion du problème ont favorisé une analyse a posteriori plus attentive des protocoles: les stagiaires ont déclaré que cela les a amenés à se mettre à la place des élèves et à essayer d'interpréter à la fois leur «manière de raisonner» et leurs difficultés.

La dernière phase consiste en une synthèse des remarques qui ont émergé au cours de l'activité.

Conclusions

L'expérimentation en classe a obligé les professeurs stagiaires à gérer une activité de résolution d'un problème mathématique, à poser un problème «réel» à une classe d'élèves.

Il a fallu pour commencer qu'ils n'acceptent pas le problème sans faire preuve d'esprit critique, mais qu'ils essaient au contraire d'évaluer a priori les difficultés que les élèves étaient susceptibles de rencontrer en l'abordant, de définir quelles notions, représentations et procédures étaient en jeu et de prédire les difficultés et les erreurs éventuelles des élèves.

Nous avons remarqué que les stagiaires sont passés d'une perplexité initiale et d'une sous-estimation du travail qu'on leur demandait à une prise de conscience progressive de sa validité, en particulier lors de l'analyse et de la discussion des productions écrites des élèves.

De même, ils ont mis en évidence la pertinence du choix de faire travailler les élèves en petits groupes, afin d'exploiter le stimulus qu'une interaction entre partenaires peut générer pour une discussion, une comparaison et un échange d'idées et donc pour le développement personnel de l'élève.

Durant l'activité quelques stagiaires ont proposé d'essayer de changer certaines variables du problème (données numériques, tâches, contexte,...) et d'observer les effets de ces changements sur le problème et donc sur la possibilité de l'exploiter. Cette idée est apparue comme une piste intéressante pour développer ce travail.

LECTURES RECOMMANDÉES

- Bertazzoni, B. and Marchini, C. (2005). Improving classroom environment by problem solving. In Novotna, J. (Ed.), *International Symposium on Elementary Maths Teaching, SEMT '05, August 2005*, 78-86
- Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. In Grugnetti L., Jaquet F., Medici D., Polo M., Rinaldi M.G. (Eds). *Actes des journées d'étude sur le Rally Mathématique Transalpin, RMT: potentialités pour la classe et la formation*, ARMT, Dip. di Mat. Università di Parma, Dip. di Mat. Università di Cagliari, 199-213
- Crociani, C., Doretto, L., Grugnetti, L., Jaquet, F. & Salomone, L. (Eds.) (2001). *RMT: évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques*, Dip. di Mat. Università di Siena, IRDP di Neuchâtel
- Crociani, C. – Doretto, L. - Salomone L. (2006). Riflettere insieme agli insegnanti sul lavoro in classe con problemi del RMT: resoconto di un'esperienza. In Battisti R., Charnay R., Grugnetti L., Jaquet F. (Eds), *RMT: des problèmes à la pratique de la classe*, ARMT, IPRASE Trentino, IUFM de Lyon – Centre de Bourg-en-Bresse, 135-150
- Grugnetti, L. and Jaquet, F. (2005). A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience. *Journal of Mathematical Behavior* 24, 373-384
- Grugnetti, L. and Jaquet, F. (in press). D'un concours de mathématiques à la formation des maîtres. *Rencontre COPIRELEM, Strasbourg, Mai-Juin 2005*
- Jaquet, F. (1999). Présentation du Rallye Mathématique Transalpin. In Grugnetti L., Jaquet, F. (Eds.), *RMT: Le Rallye mathématique transalpin. Quels profits pour la didactique?* Dip. di Mat. Università di Parma, IRDP di Neuchâtel, 16-20
- Medici, D. and Rinaldi, M.G. (2003). A teaching resource for teacher training. *CERME 3*, in http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/draft/proceedings_draft/

Liens Internet

Transalpine Mathematical Rally

[<http://www.irdp.ch/rmt/>]

[<http://www.math.unipr.it/~rivista/RALLY/home.html>]

Le deuxième pilotage

par Marie Hofmannová et Jarmila Novotná*

Pour les besoins du pilotage des propositions LOSSTT IN MATH, nous avons sélectionné les éléments qui semblaient compatibles avec le contenu de notre cours. Parmi les propositions qui nous étaient offertes au sein du projet, nous avons choisi l'activité Problèmes du "monde réel". Nous pensons que les problèmes de langage en général se prêtent davantage à l'approche adoptée par Prague, c'est-à-dire

* Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Fakulta, République Tchèque.

enseigner un contenu mathématique à travers une langue étrangère. La sélection finale a été faite par les étudiants tchèques. Elle est intitulée *Coloriage Bizarre*.

MISE EN OEUVRE DE LA PROPOSITION

Titre: *Coloriage bizarre*

Texte original:

Maxime remplit un quadrillage. Pour chaque ligne la règle de coloriage est différent:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□	■	□
■	■	□	□	■	■	□	□	■	■	□	□	■	■	□	□
■	■	■	□	□	□	■	■	■	□	□	□	■	■	■	□

Il a déjà colorié correctement les 15 premières colonnes. Il déclare que les colonnes 1, 9 et 13 sont complètement remplies. Il continue avec la colonne 16.

Est-ce que la colonne 83 sera complètement coloriée? Et la colonne 265?

Expliquez comment vous avez trouvé la solution.

Thèmes mathématiques à développer: *Résoudre des problèmes de langage. Modèles. Associer l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie, les combinatoires, etc.*

Objectifs

Pour les formateurs

- Accompagner les stagiaires de la théorie à la pratique.
- Aider les stagiaires à adapter le scénario d'une séance et les documents pédagogiques à l'âge et au niveau des élèves.
- Donner des instructions et un feedback.

Pour les stagiaires

- Mathématiques: résolution d'un problème de mots, généralisation.
- Méthodologie: développement d'un matériel destiné à accroître la motivation des élèves.
- Adapter le scénario d'une séance.
- Eprouver le matériel produit par les étudiants associant l'anglais et les mathématiques.
- Enseigner à ses pairs.
- Enseigner en classe à des élèves.

Pour les élèves du secondaire

- Vivre l'expérience de l'enseignement d'un contenu mathématique à travers la langue anglaise.
- Construire la prise de conscience d'un effort imaginatif et créatif à la recherche d'une solution.
- Faire des conjectures, prendre des décisions, contrôler et vérifier les résultats.

Pilotage

a) *En séance de formation*

Université Charles de Prague, Faculté d'Education, cours optionnel d'Apprentissage d'un Contenu Intégré à une Langue Etrangère (CLIL), Enseignement des Mathématiques à travers l'Anglais en Langue Etrangère.

10 professeurs stagiaires, âgés de 22-25 ans, 2 formateurs, enseignement en équipes.

Emploi du temp: Séance de formation de 45 minutes, 4 semaines consécutives.

Analyse a priori du texte

- Discuter des problèmes proposés dans la perspective de solutions mathématiques possibles et de la langue utilisée pour la tâche.
- Choisir un des trois problèmes proposés comme problème de base à développer plus tard (Coloriage Bizarre).

Préparation de la séance

- Les formateurs et les stagiaires discutent en tchèque de la meilleure manière de préparer la séance de microenseignement avec les collègues. Ils assignent les rôles et préparent une première ébauche du plan de la leçon.
- Enseignement entre collègues, en équipes, en anglais (cette phase a été filmée en vidéo par un formateur): une phase de la séance proposée est enseignée par deux professeurs stagiaires, les autres stagiaires jouent le rôle des élèves. Un formateur prend des notes au tableau pour une discussion ultérieure.
- Réfléchir et analyser (en anglais) la séance de formation: les stagiaires font des remarques critiques à la fois sur la formulation du problème et sur l'exécution du plan de la leçon. La nécessité de modifier la tâche afin de l'adapter à la vie réelle est soulignée. Les stagiaires se portent volontaires pour préparer un nouveau matériel pédagogique convenant mieux à l'âge et aux intérêts des élèves. Pour en voir le résultat, se reporter au document attaché.

b) *En classe*

Etablissement Secondaire à Prague, une séance de 45 minutes remplaçant une séance d'anglais, 14 élèves, de 15-16 ans, un professeur de mathématiques, un professeur d'anglais, deux professeurs formateurs, un professeur stagiaire – observateur.



Mise en oeuvre de la leçon. Cette phase a été filmée en vidéo par un des formateurs.

- Introduction: Les professeurs organisent une activité pour rompre la glace «Scrabble de noms» – pour se présenter les uns aux autres. Matériel pédagogique: un quadrillage.
- Révision de la terminologie mathématique nécessaire pour pouvoir compléter la tâche.
- Les professeurs assignent la tâche (RMT), version originale. Les élèves la résolvent soit individuellement soit par groupes de deux.
- Les professeurs font ensuite passer l'attention des élèves des mathématiques à l'anglais: ils présentent Maxime, le personnage tiré du "Fashion World Magazine". Ils distribuent le "Fashion World Magazine".
- La langue anglaise: les professeurs vérifient la compréhension des élèves en écoute et en lecture.
- La tâche mathématique: Les élèves trouvent la solution aux questions du "Fashion World Magazine".
- Les solutions sont vérifiées par toute la classe.
- Conclusion de la séance par les professeurs.

c) *En séance de formation*

Analyse a posteriori - bilan de la séance

La discussion se fait en anglais. Les points discutés sont les suivant:

- Analyse de la leçon
- Commentaires
- Remarques critiques
- Suggestions d'alternatives.

LECTURES RECOMMANDÉES

Harmer, J. (1989). *The Practice of English Language Teaching*. Longman.

Novotná, J. (1999). Do students of the 3rd to 6th grades use the everyday life schemes when solving word problems? In Hejný, Milan and Novotná, Jarmila. *Proceedings SEMT 99*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, p. 159-163. ISBN 80-86039-86-2.

Pavesi, M., Bertocchi, D., Hofmannová, M. & Kazianka, M., on behalf of TIE-CLIL project. (2001). *Insegnare in una lingua straniera*. General editor: Langé, G. Milan.

Le troisième pilotage (à l'Université Catholique de Ruzomberok, SK) et Conclusion

par Lucia Doretti

Le thème de la proposition a porté sur les problèmes et la résolution de problèmes car, étant données sa complexité et ses multiples implications, il peut se prêter à divers traitements, selon le point de vue que l'on veut adopter pour le faire émerger dans la pratique didactique et dans la formation des professeurs.

La diversité des points de vue ressort très clairement du rapport de pilotage des différents partenaires. Pour le partenaire qui a présenté la proposition, la situation didactique en était l'idée centrale. Durant l'activité avec les stagiaires, qui ont travaillé sur le problème intitulé *Quelle famille!*, c'est l'analyse a priori du problème qui joue le rôle principal, complétée ensuite par l'analyse a posteriori de la production écrite des élèves. Les professeurs stagiaires ont dû analyser le problème avant de le proposer en classe et confirmer, rectifier ou réfuter, en comparant les données expérimentales, ce qu'ils avaient dit a priori. Les grandes lignes de l'activité et la façon dont elle a été mise en oeuvre ont permis de percevoir l'a priori comme un des outils de la profession pouvant aider le professeur et le/la guider dans les choix à faire et les décisions à prendre.

Pour les partenaires co-pilotes c'est la verbalisation qui était l'aspect le plus important de la proposition. En fait, la nature même de la séance de formation sur *l'Apprentissage Intégré d'un Contenu et d'une Langue Etrangère (CLIL)* au sein de laquelle l'activité a été mise en oeuvre, a exigé de la part des stagiaires qu'ils abordent les contenus mathématiques en se servant de l'anglais en langue étrangère. Il a donc été nécessaire de disposer d'une situation didactique qui se prête à une formulation adéquate en termes linguistiques, pour à la fois motiver les apprenants à utiliser l'anglais et pour les stimuler du point de vue mathématique. Durant la préparation de la leçon, les professeurs stagiaires ont travaillé sur l'énoncé du problème intitulé *Coloriage bizarre*, en en modifiant, comme il le fallait, le contexte et les tâches. La nouvelle version ainsi obtenue diffère de la version originale par sa fantaisie et son originalité: l'idée d'une compétition basée sur un quiz mathématique permettant de gagner de belles réductions ou un T-shirt gratuit rend la situation du problème concrète, en la rapprochant d'une situation de la vie réelle. Les formateurs ont, ce faisant, obtenu un bon matériel pour stimuler et enrichir les apprenants à la fois sur le plan linguistique (en utilisant l'anglais) et sur le plan mathématique (cette nouvelle version fait apparaître le concept du plus petit commun multiple).

Quant à l'institution extérieure, l'étude de la proposition a représenté pour elle l'occasion d'aborder avec les stagiaires la question de la complexité de l'énoncé d'un problème mathématique. Ceux-ci ont commencé par considérer que la situation-problème est un peu comme une structure contenant plusieurs paramètres étroitement liés. La connaissance de ce qui est donné a un impact sur ce qui est à trouver et peut



modifier la complexité de l'activité de résolution, au niveau mathématique, pour les apprenants qui doivent la développer. Durant la mise en oeuvre de l'activité, les stagiaires ont été amenés à créer une graduation des problèmes de langage et à évaluer le niveau de difficulté du processus de résolution, avant de mettre en oeuvre ce type de séance en classe, avec des élèves.

Annexe: "Fashion World Magazine"

FASHION WORLD MAGAZINE

SQUARES ARE IN



HIT OF THIS PRAGUE SPRING

Get superb discounts in our contest!

More information inside!

TO BE SQUARED = TO BE IN

It is a simple equation. If you want to be IN in the coming spring season, put on a squared T-shirt. According to reputable fashion designers, the season will be full of squares. In this edition of the Fashion World Magazine, you can order a T-shirt with any squared patterns you can imagine. In addition to this, you can get **great discounts**

or a **T-SHIRT GRATIS** ! Join our contest and win a **MAGNIFICENT T-shirt!**



Don't miss your chance and order a T-shirt. **Only now you can choose your own pattern!**



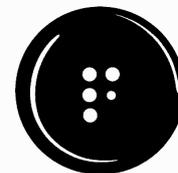
Follow fashion, don't fall behind!

Advertising

Visit the biggest shopping centre!

High discounts! Great Choice! The lowest price guaranteed! Favourable staff!

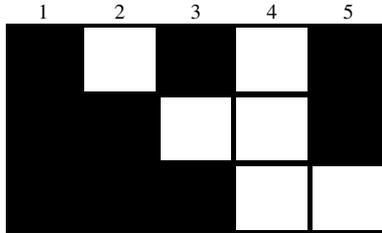
Londýnská 128, Prague 2, +420 298563128



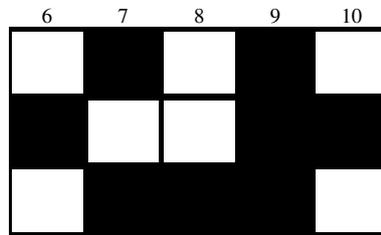
**THE
FASHION
CENTER**

These patterns were prepared by our designers
only for you.

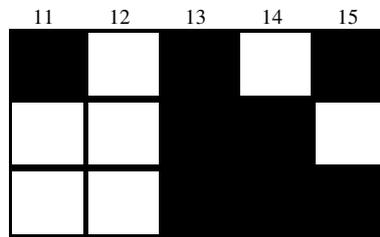
PATTERN No. 1



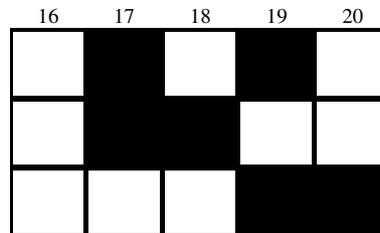
PATTERN No. 2



PATTERN No. 3



PATTERN No. 4





Show us your CREATIVITY and find **your own pattern**.
 BUT DO NOT FORGET. **Your design must fit our offered SET!**

And now a SUPERB OPPORTUNITY ONLY FOR YOU!

Find the right answers to our quiz, fill in the information sheet, cut it off and send!

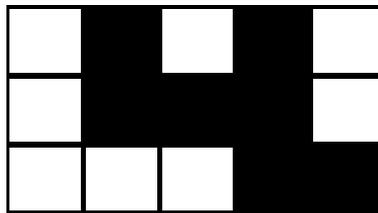
Everybody wins!

EACH CORRECT ANSWER = 10% DISCOUNT

Quiz

Question No. 1

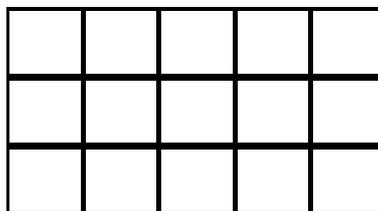
Is this a pattern from our set?



Question No. 2

If our catalogue contained all the other patterns, what would the pattern No. 16 be like? (Blacken the appropriate squares!)

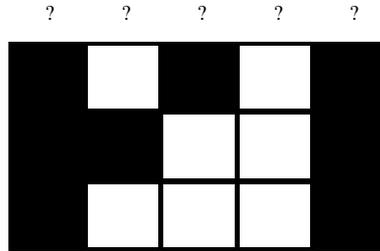
80 81 82 83 84





Question No. 3

What is the number of this pattern?
(If there are more possibilities, write ALL of them!)



Question No. 4

Choose a pattern from the set and write the appropriate number.

**THOSE WHO SOLVE THE QUIZ QUICKLY
WILL GET A FREE T-SHIRT!!!**

CUT OFF HERE

CUT OFF HERE

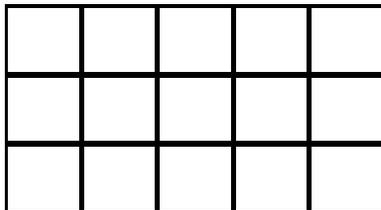
Name:
Surname:
Date of Birth:
Country:
Address:
Telephone number:
Your size:
Colour: Green Blue Red Grey Black
Pattern No.:

Answer No. 1:

Yes - No

Answer No. 2:

80 81 82 83 84

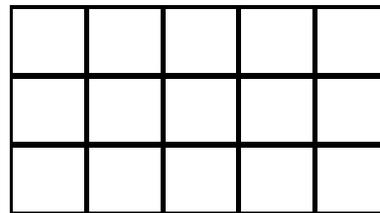


Answer No. 3:

It is the pattern number: ___

Answer No. 4:

I have chosen this pattern:



Its number is: ___

GOOD LUCK!

